

Diagramas de Venn

María Manzano

USAL

Febrero 2010

Diagramas de Venn

Diagrama Hoja de Trébol

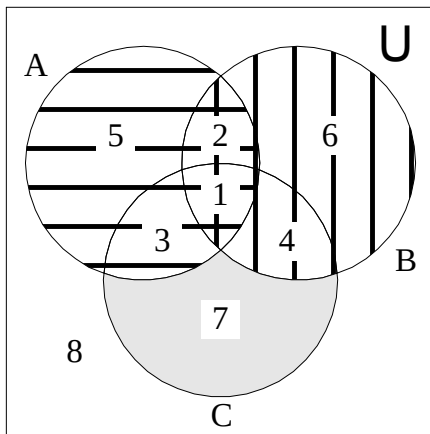


Figura: Hoja de trébol

Diagramas de Venn

Áreas del diagrama

*¿Pertenece a a **A**, pertenece a a **B**, pertenece a a **C**?*

Área 1

si, si, si

$$\mathbf{A \cap B \cap C}$$

Área 2

si, si, no

$$\mathbf{(A \cap B) - C}$$

Área 3

si, no, si

$$\mathbf{(A \cap C) - B}$$

Área 4

no, si, si

$$\mathbf{(B \cap C) - A}$$

Área 5

si, no, no

$$\mathbf{A - (B \cup C)}$$

Área 6

no, si, no

$$\mathbf{B - (A \cup C)}$$

Área 7

no, no, si

$$\mathbf{C - (A \cup B)}$$

Área 8

no, no, no

$$\mathbf{\sim (A \cup B \cup C)}$$

Diagramas de Venn

Convenciones

- 1 *Sombreadremos* en el diagrama las zonas vacías.
- 2 Usaremos *cruces entrelazadas* para indicar la existencia de elementos en una zona.
- 3 Las zonas de las que carecemos de información permanecerán sin sombras ni cruces.

Diagramas de Venn

Sintaxis

La representación diagramática utiliza cuatro objetos básicos

- 1 *Rectángulo*
- 2 *Curva cerrada*
- 3 *Sombreado*
- 4 *Cruces*

Como objetos auxiliares:

- 5 *Líneas*, para unir las cruces
- 6 Para nombrar las curvas y el rectángulo se usarán *letras*.

Diagramas de Venn

Representar zonas vacías

Para expresar en el diagrama que $Q \subseteq P$ sombrearemos en el diagrama el área $Q - P$.

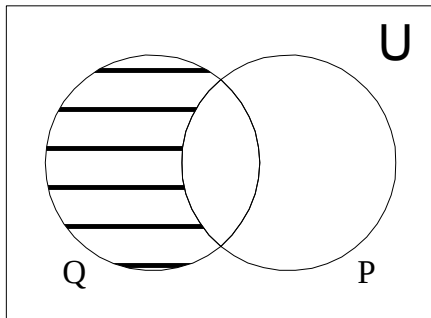


Figura: $Q \subseteq P$

Diagramas de Venn

Representar existencia elementos

Para indicar en el diagrama que $\sim (\mathbf{P} \cap \mathbf{Q}) \neq \emptyset$ pondremos una pequeña marca en todas aquellas zonas que constituyen $\sim (\mathbf{P} \cap \mathbf{Q})$ y uniremos estas marcas entre sí

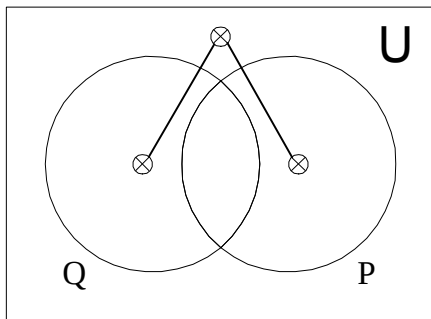
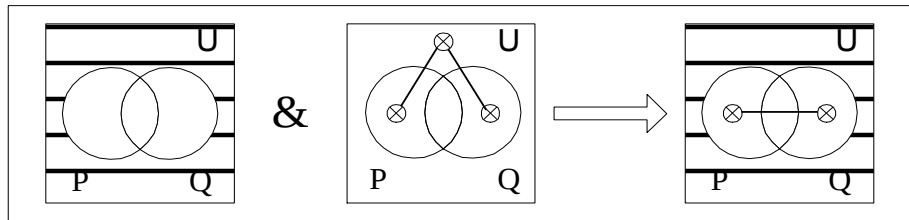


Figura: $\sim (\mathbf{P} \cap \mathbf{Q}) \neq \emptyset$

Diagramas de Venn

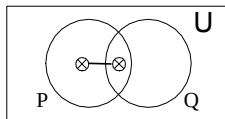
Superposición de diagramas



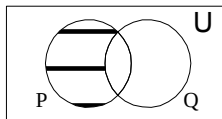
Diagramas de Venn

Consistencia e inconsistencia

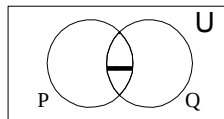
Inconsistente: sombreados y cruces entrelazadas y un entrelazado completo todo sombreado. *Consistente* en el resto de los casos.



$$P \neq \emptyset$$



$$P \subseteq Q$$



$$P \subseteq \sim Q$$

El resultado final es el siguiente:

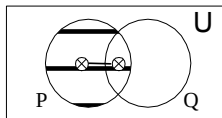


Diagrama final

Diagramas de Venn

Modelos que satisfacen diagramas

En los cuatro apartados que siguen pondremos algunos modelos del diagrama de la figura $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{P}$.

① $\mathcal{U} = \{1, 2, 3\} \quad \mathbf{P} = \{1, 2\} \quad \mathbf{Q} = \{2\}$

② $\mathcal{U} = \{1, 2, 3\} \quad \mathbf{P} = \emptyset \quad \mathbf{Q} = \emptyset$

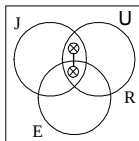
③ $\mathcal{U} = \{n \mid n \text{ es un número natural}\} \quad \mathbf{P} = \{n \mid n \text{ es un número par}\}$
 $\mathbf{Q} = \{n \mid n \text{ es múltiplo de cuatro}\}$

④ $\mathcal{U} = \{x \mid x \text{ es un país}\} \quad \mathbf{P} = \{x \mid x \text{ es un país mediterráneo}\}$
 $\mathbf{Q} = \{\text{España, Italia}\}$

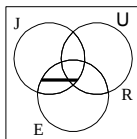
Diagramas de Venn

Razonamientos con diagramas I

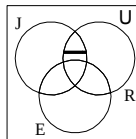
- Hipótesis 1 $J \cap R \neq \emptyset$
- Hipótesis 2 $E \cap J = \emptyset$
- Conclusión $(J \cap R) \cap \sim E \neq \emptyset$



Hipótesis 1



Hipótesis 2



Conclusión negada

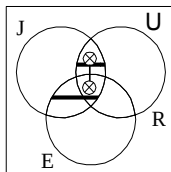


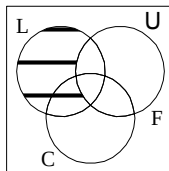
Diagrama final

Diagrama Inconsistente	★
Razonamiento Correcto	★

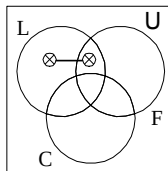
Diagramas de Venn

Razonamientos con diagramas II

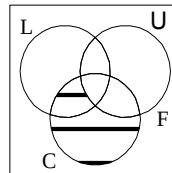
- Hipótesis 1 $L \subseteq F$
- Hipótesis 2 $L \cap \sim C \neq \emptyset$
- Conclusión $C \cap \sim F \neq \emptyset$



Hipótesis 1



Hipótesis 2



Conclusión negada

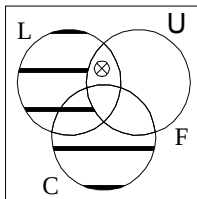


Diagrama Consistente ★

Razonamiento Incorrecto ★

Diagramas de Venn

Contraejemplo

Puesto que el diagrama final es consistente, construimos un modelo que cumpla las especificaciones del mismo.

$$\mathcal{U} = \{a, b, c\} \quad \mathbf{F} = \{a, b, c\} \quad \mathbf{C} = \{a, b\} \quad \mathbf{L} = \{a, c\}$$

Se observa que en este modelo se cumplen las hipótesis, pues:

$$\begin{aligned} \{a, c\} &= \mathbf{L} \subseteq \mathbf{F} = \{a, b, c\} \\ \{a, c\} \cap \{c\} &= \{c\} \neq \emptyset \quad \mathbf{L} \cap \sim \mathbf{C} \neq \emptyset \end{aligned}$$

Pero la conclusión $\mathbf{C} \cap \sim \mathbf{F} \neq \emptyset$ falla, pues:

$$\{a, b\} \cap \emptyset = \emptyset$$

Diagramas de Venn

Hallar conclusión

Los casos son tres:

- ① El diagrama de las hipótesis *sólo* contiene *áreas sombreadas*. En este caso cualquiera de las subáreas sombreadas está sombreada y puede ser una conclusión.
- ② El diagrama de las hipótesis contiene *sombreado y cruces*:
 - ① Es inconsistente.
 - ② Es consistente. En este caso cualquiera de las subáreas sombreadas está sombreada y puede ser una conclusión. También lo es cualquiera de los entrelazados tomado completo e incluso un nuevo entrelazado que una los entrelazados existentes (si hay más de uno).
- ③ El diagrama de las hipótesis *sólo* contiene *cruces entrelazadas*. Será conclusión cualquiera de los entrelazados tomado completo e incluso un nuevo entrelazado que una los entrelazados existentes (si hay más de uno).

Diagramas de Venn

La Isla del Tesoro I

- HIPÓTESIS 1 Todos los piratas enrolados en *La Española* saben de la existencia de un tesoro.

$$P \subseteq T$$

- HIPÓTESIS 2 Nadie que sepa de la existencia de un tesoro obra desinteresadamente.

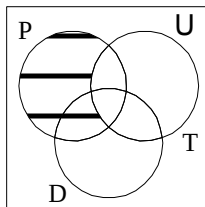
$$T \subseteq \sim D$$

- CONCLUSIÓN Hay piratas que obran desinteresadamente, pero no van enrolados en *La Española*.

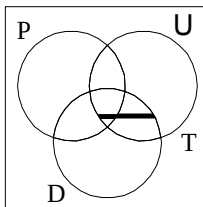
$$D \cap \sim P \neq \emptyset$$

Diagramas de Venn

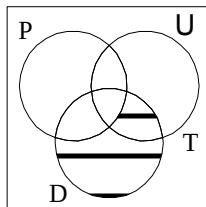
La Isla del Tesoro II



Hipótesis 1



Hipótesis 2



Conclusión negada

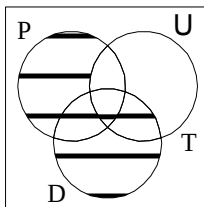


Diagrama final

Diagrama	Consistente ★
	Inconsistente □
Razonamiento	Correcto □
	Incorrecto ★

Diagramas de Venn

La Isla del Tesoro III

Puesto que el diagrama final es consistente, construimos un modelo que cumpla las especificaciones del mismo.

$$\mathcal{U} = \{1, 2\} \quad \mathbf{P} = \mathbf{D} = \emptyset \quad \mathbf{T} = \{1\}$$

Se observa que en este modelo se cumplen las hipótesis, pues:

$$\emptyset = \mathbf{P} \subseteq \mathbf{T} = \{1\} \quad \{1\} = \mathbf{T} \subseteq \sim \mathbf{D} = \{1, 2\}$$

Pero la conclusión $\mathbf{D} \cap \sim \mathbf{P} \neq \emptyset$ falla, pues:

$$\emptyset \cap \sim \mathbf{P} = \emptyset$$

Diagramas de Venn

Hallar conclusión: Sólo sombreado

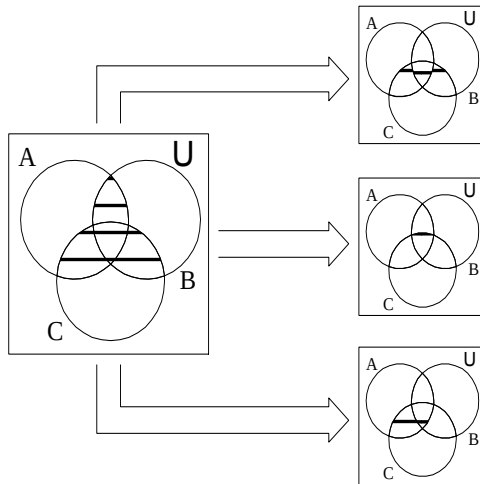


Figura: Sólo contiene áreas sombreadas

Diagramas de Venn

Hallar conclusión: cruces y sombreado

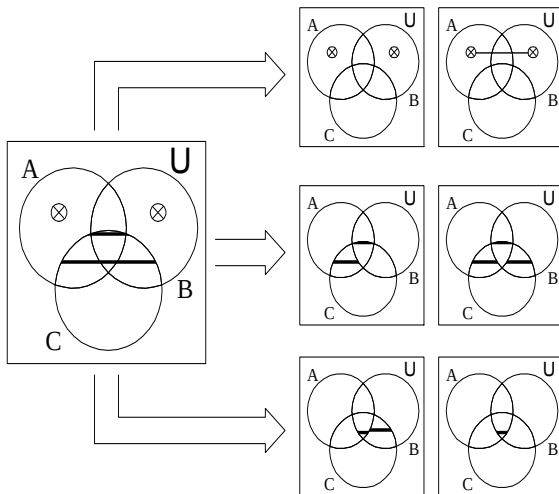
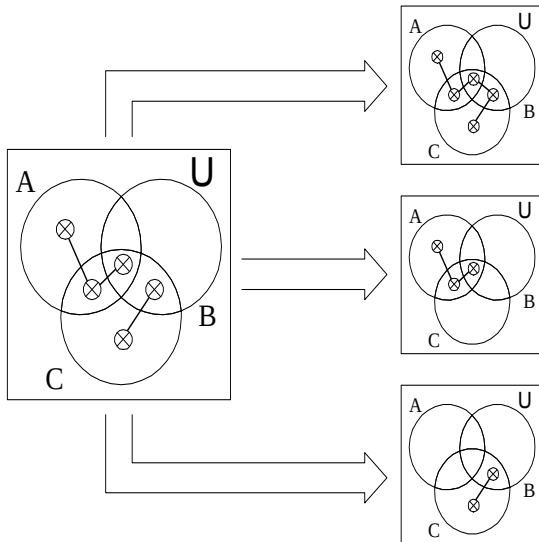


Figura: Áreas sombreadas y cruces entrelazadas

Diagramas de Venn

Hallar conclusión: sólo cruces



Diagramas de Venn

Lewis Carroll: Hipótesis

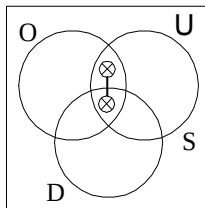
- HIPÓTESIS 1 Algunas ostras (**O**) son silenciosas (**S**).

$$\mathbf{O} \cap \mathbf{S} \neq \emptyset$$

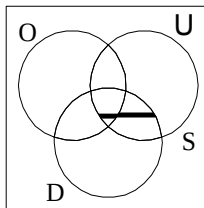
- HIPÓTESIS 2 Las criaturas silenciosas no son divertidas (**D**).

$$\mathbf{S} \subseteq \sim \mathbf{D}$$

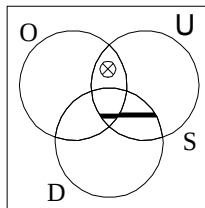
Mediante diagramas de Venn buscamos conclusión al argumento:



Hipótesis 1



Hipótesis 2

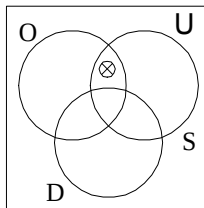


Superposición de hipótesis

Diagramas de Venn

Lewis Carroll: conclusión

De entre las diversas conclusiones posibles elegiremos la estándar; esto es, la que relaciona a los conjuntos **O** y **D**.



$$O \cap \sim D \neq \emptyset$$

Expresada en español diría:

- Algunas ostras no son divertidas.