

Mouse Soup

María Manzano mara@usal.es

Septiembre 2005

An I Can Read Book®



MOUSE SOUP



ARNOLD LOBEL



A mouse
sat under a tree.
He was reading a book.



A weasel
jumped out
and caught the mouse.

“Ah!” said the weasel.

“I am going to make
mouse soup.”

“Oh!” said the mouse.

“I am going to *be*
mouse soup.”

1. ¿Qué hizo el ratón?

1. Verificar la corrección de un argumento

- Identificar hipótesis y conclusión
- Comprobar la corrección del argumento
 - sintácticamente y/o semánticamente

2. Contrastar en un modelo

- Crear ese modelo del “*mundo*”
- Enunciar y contrastar ‘*voy a ser sopa de ratón*’

3. Extraer una conclusión ‘razonable’

- Generar modelos posibles
- Generar conclusión ‘razonable’

2. Razonamiento concluyente

- En lógica

- nos interesan los razonamientos válidos, correctos
- esquema argumental seguido

- En la vida cotidiana

- no estamos interesados en todas las realizaciones o modelos
- un solo modelo *“el mundo”*
- Esto enmascara
 - razonamientos válidos con hipótesis falsas
 - incorrectos con hipótesis y conclusiones verdaderas

Tipología de razonamientos correctos, clasificados por los valores de verdad de sus hipótesis y conclusión en la realidad

	Conclusión		
Hipótesis		Verdadera	Falsa
	Verdadera	1	2
	Falsa	3	4

Tipología de razonamientos incorrectos, clasificados por los valores de verdad de sus hipótesis y conclusión en la realidad

	Conclusión		
Hipótesis		Verdadera	Falsa
	Verdadera	5	6
	Falsa	7	8

Example 2.1 *“¿Estás proponiendo que guardemos el dinero en casa?”, preguntó ella, y luego, sin darle tiempo a contestar, le llamó puritano. Entonces Carlos la abrazó rogándole que lo olvidara. Porque en la palabra “puritano” se condensaba un argumento que él ya conocía: “Para querer hay que mancharse. Los puritanos no se manchan. Luego, tú no me quieres”. Era lo que Carlos llamaba el Silogismo del reproche^{*}.*

Remark 2.1 *Se trata de un razonamiento correcto de hipótesis y conclusión verdaderas en el microcosmos planteado por la novela.*

^{*}Belén Gopegui, 1998: *La conquista del aire*.

Características Razonamientos Concluyentes

- Razonamientos de tipo 1
 - Es necesario que sean válidos
 - se comprueba mediante cálculo
 - No es suficiente con ser válidos:
 - Hipótesis y conclusión deben ser verdaderas
 - contrastar hipótesis fuera alcance lógica

¿Hay algo que la lógica pueda hacer al respecto?

3. Razonamientos superválidos

- Razonamiento válido
 - justificado el paso entre hipótesis y conclusión
 - se comprueba mediante cálculo

- Hace falta además
 - hipótesis consistentes, satisfacibles
 - se comprueba mediante cálculo en lógica proposicional (decidibilidad)

Se descartan razonamientos hipótesis incompatibles

4. Soluciones razonables

- Buscamos solución “razonable” a un problema
 - Partimos de hipótesis
 - La conclusión hay que encontrarla
- Razonable es
 - descartar hipótesis incompatibles
 - cálculo de tableaux comprueba consistencia
 - fórmula lo más informativa posible
 - conjunción de literales
 - coincidencia entre ramas tableau

¡Descartamos las consecuencias de los conjuntos insatisfacibles!

Example 4.1 Robo de archivos

Al llegar el Padrino a su despacho notó que alguien había entrado en él, ¡incluso había revuelto sus archivos! Pudo comprobar que faltaban algunos documentos comprometedores.

La investigación del caso arroja estos datos:

$A :=$ Nadie más que P , Q y R están bajo sospecha y al menos uno es traidor.

$B :=$ P nunca trabaja sin llevar al menos un cómplice.

$C :=$ R es leal.

- 1. Formaliza los enunciados anteriores usando las claves siguientes: p , q y r , que significan, respectivamente, P es un traidor, Q es un traidor y R es un traidor.*
- 2. Comprueba si los datos son compatibles.*
- 3. Extrae consecuencias de los datos y demuestra que son válidas.*

Problema

Partimos del conjunto de hipótesis

$$\{A, B, C\}$$

y queremos obtener una solución **razonable**.

Formalizamos

$$A := (p \vee q) \vee r$$

$$B := p \rightarrow (q \vee r)$$

$$C := \neg r .$$

Para comprobar que son compatibles hacemos un tableau.

$\{A, B, C\}$ es satisfacible, pues hay 3 interpretaciones que hacen a A, B y C simultáneamente verdaderas, basadas en los conjuntos

$$\boxed{1} = \{\neg p, \neg r, q\}$$

$$\boxed{2} = \{p, q, \neg r\}$$

$$\boxed{3} = \{q, \neg r\}$$

Éstas son: $\mathfrak{I}_1, \mathfrak{I}_2, \mathfrak{I}_3$, cuyos valores son:

$$\mathfrak{I}_1(p) = 0 \quad \mathfrak{I}_1(r) = 0 \quad \mathfrak{I}_1(q) = 1$$

$$\mathfrak{I}_2(p) = 1 \quad \mathfrak{I}_2(q) = 1 \quad \mathfrak{I}_2(r) = 0$$

$$\mathfrak{I}_3(p) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad \mathfrak{I}_3(q) = 1 \quad \mathfrak{I}_3(r) = 0$$

Conclusión

Para hallar la conclusión hacemos la intersección de los literales de las ramas abiertas.

$$\boxed{1} \cap \boxed{2} \cap \boxed{3} = \{q, \neg r\}$$

La fórmula resultante es:

$$q \wedge \neg r$$

Vemos que

$$\{A, B, C\} \models q \wedge \neg r$$

Para demostrarlo hacemos el árbol de

$$\{A, B, C, \neg(q \wedge \neg r)\}$$

4.1. Método

Problema planteado: Tenemos un conjunto de fórmulas Γ y queremos extraer una solución *razonable* a partir de Γ .

Ejecución:

1. Para comprobar que el conjunto de hipótesis es satisfacible construimos un tableau para Γ

a) Si el conjunto es insatisfacible

- no hay solución razonable, pues en ese caso cualquier fórmula C es consecuencia de Γ .

Respuesta: No hay solución razonable.

b) Si el conjunto es satisfacible

- la ejecución continúa:

2. Tomamos las ramas abiertas

- formamos el conjunto de los literales de cada rama
- hacemos la intersección de estos conjuntos y obtenemos el conjunto

$$\{A_1, \dots, A_m\}$$

a) Si el conjunto es vacío:

Respuesta: No hay solución razonable.

b) Si el conjunto no es vacío:

Respuesta: La solución es la conjunción de las fórmulas anteriores:

$$A_1 \wedge \dots \wedge A_m$$

5. Lógica descriptiva

Creadas para extraer conclusiones de una base de conocimiento

$$\Sigma = \langle T, A \rangle$$

formada por unos axiomas que definen la terminología $T - box$ y unos enunciados $A - box$

Lenguaje formal incluye signos para conceptos, roles, roles funcionales e individuos:

$$A, B \in CON \quad R, S, f, g \in ROL \quad a, b \in IND$$

$$\mathcal{S} = \langle CON, ROL, IND \rangle$$

Además de los conceptos y roles básicos se construyen inductivamente los compuestos empleando

negación $\neg$ conjunción $\sqcap$ y cuantificación $\forall$
 conjunción $\sqcap$ e inversa $^{-1}$

entre otros operadores.

Semántica

La semántica se establece mediante interpretaciones

$$\mathfrak{I} = \langle \Delta^{\mathfrak{I}}, \bullet^{\mathfrak{I}} \rangle$$

formadas por un conjunto no vacío y una función que a cada elemento de $\mathcal{S} = CON \cup ROL \cup IND$ le asigna un valor adecuado

$$\begin{aligned} \bullet^{\mathfrak{I}} : \mathcal{S} &\Longrightarrow \Delta^{\mathfrak{I}} \cup \wp \Delta^{\mathfrak{I}} \cup \wp(\Delta^{\mathfrak{I}})^2 \\ a &\longmapsto a^{\mathfrak{I}} \in \Delta^{\mathfrak{I}} \\ B &\longmapsto B^{\mathfrak{I}} \in \wp \Delta^{\mathfrak{I}} \\ R &\longmapsto R^{\mathfrak{I}} \in \wp(\Delta^{\mathfrak{I}})^2 \\ f &\longmapsto f^{\mathfrak{I}} : (\Delta^{\mathfrak{I}})^n \Longrightarrow \Delta^{\mathfrak{I}} \end{aligned}$$

Interpretación

La interpretación es la esperada

negación $(\neg C_1)^{\mathfrak{I}} = \Delta^{\mathfrak{I}} \setminus C_1$

conjunción $(C_1 \sqcap C_2)^{\mathfrak{I}} = C_1^{\mathfrak{I}} \cap C_2^{\mathfrak{I}}$

universal $(\forall R.C)^{\mathfrak{I}}$
 $\{d_1 \mid \forall d_2 \in \Delta^{\mathfrak{I}} (R^{\mathfrak{I}}(d_1, d_2) \rightarrow d_2 \in C)\}$

conjunción $R_1 \sqcap R_2 = R_1^{\mathfrak{I}} \cap R_2^{\mathfrak{I}}$

inverso $R^{-1} = \{(d_1, d_2) \mid R^{\mathfrak{I}}(d_2, d_1)\}$

Razonamientos

Sobre una base de conocimiento Σ

Inclusión

$$\Sigma \models C_1 \sqsubseteq C_2$$

Pertenencia

$$\Sigma \models a : C$$

Relación

$$\Sigma \models (a, b) : R$$

Consistencia base de conocimiento

$$\Sigma \not\models \perp$$

que equivale a

hay una interpretación tal que $\mathfrak{I} \models \Sigma$

Mecanismos

Dado un concepto C la operación básica es la de

- *Recuperar* todos los individuos mencionados en la base de conocimiento que son instancias del mismo

$$\{a \in IND(\Sigma) \mid \Sigma \models a : C\}$$

- Dado un individuo a se buscan los conceptos más específicos bajo los que se encuentra

$$\left\{ \begin{array}{l} C \in CON(\Sigma) \mid \Sigma \models a : C \\ \wedge \forall C^* \in CON(\Sigma) \\ (\Sigma \models a : C^* \implies \Sigma \models C \sqsubseteq C^*) \end{array} \right\}$$

El proceso de extraer conclusiones en DL

Los *conceptos*

$$C_1, \dots, C_n$$

son las ramas abiertas y completas

$$\Omega_1, \dots, \Omega_n$$

Las *constantes individuales*

$$c_1, \dots, c_q$$

son los literales en las hipótesis

$$l_1, \dots, l_n$$

Como único *rol*

$$R$$

tenemos el de comparación de ramas que extrae los pares de literales idénticos que se encuentran en dos ramas distintas

$$\{(l, l) \mid l \in \Delta_i, \Delta_j \quad i \neq j\}$$

El concepto buscado es

$$\forall R. C_1 \sqcap \dots \sqcap C_n$$

Para hallar la conclusión *recuperamos* los literales de aquí y formamos su conjunción (aquí $\wedge$ tendría un *rol* funcional)

$$l_{i_1} \wedge \dots \wedge l_{i_p}$$

6. Conjuntos y diagramas de Venn

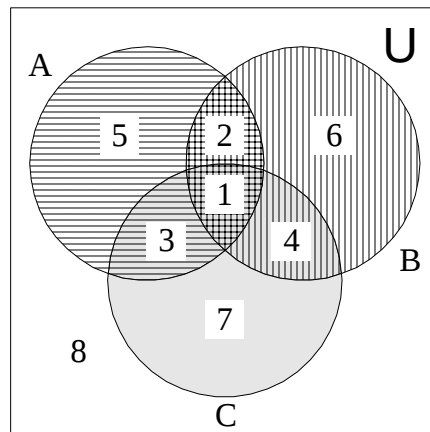


Figura 1: *Hoja de trébol*

Las áreas corresponden a los siguientes conjuntos:

Área 1

$$A \cap B \cap C$$

Área 2

$$(A \cap B) - C$$

Área 3

$$(A \cap C) - B$$

Área 4

$$(B \cap C) - A$$

Área 5

$$A - (B \cup C)$$

Área 6

$$B - (A \cup C)$$

Área 7

$$C - (A \cup B)$$

Área 8

$$\sim (A \cup B \cup C)$$

6.1. Sintaxis de los diagramas

La representación diagramática utiliza cuatro objetos básicos:

1. *Rectángulo* universo
2. *Curva cerrada* conjunto
3. *Sombreado* zonas vacías
4. *Cruces* existencia de elementos
5. *Líneas* como objeto auxiliar, para unir las cruces
6. Para nombrar las curvas y el rectángulo se usarán *letras*, también como objeto auxiliar.

6.2. Superposición de diagramas

Reglas

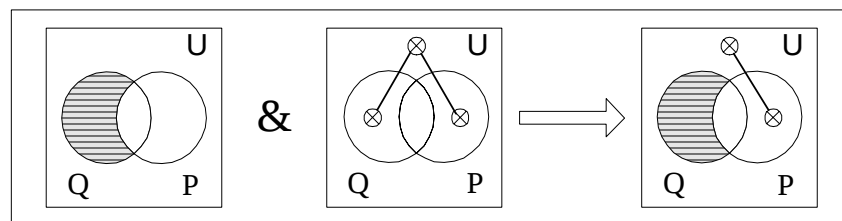
1. áreas sombreadas: *suma de las áreas*
2. secuencias de cruces: *las secuencias no se unen*
3. cruces y sombreado
 - no coincidan
 - coinciden
 - sombreado $\subset$ entrelazado
 - entrelazado $\subseteq$ sombreado

Diagrama consistente todos los casos menos el último

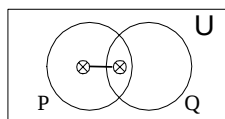
Diagrama inconsistente último caso

6.3. Consistencia e inconsistencia

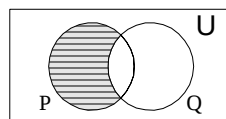
1. Ejemplo consistencia



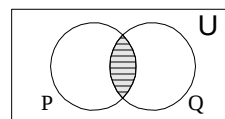
2. Ejemplo de inconsistencia



$P \neq \emptyset$



$P \subseteq Q$



$P \subseteq \sim Q$

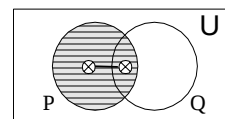


Diagrama final

7. Razonamiento con diagramas

1. Razonamiento correcto

- Hipótesis 1 $\mathbf{J} \cap \mathbf{R} \neq \emptyset$
- Hipótesis 2 $\mathbf{E} \cap \mathbf{J} = \emptyset$
- Conclusión $(\mathbf{J} \cap \mathbf{R}) \cap \sim \mathbf{E} \neq \emptyset$

Diagrama	Inconsistente	★
Razonamiento	Correcto	★

2. Razonamiento incorrecto

- Hipótesis 1 $\mathbf{L} \subseteq \mathbf{F}$
- Hipótesis 2 $\mathbf{L} \cap \sim \mathbf{C} \neq \emptyset$
- Conclusión $\mathbf{C} \cap \sim \mathbf{F} \neq \emptyset$

Diagrama	Consistente	★
Razonamiento	Incorrecto	★

8. Diagramas para hallar solución

- Buscamos solución “razonable” a un problema
 - Partimos hipótesis
 - LPM
 - TC
 - Diagrama
 - La conclusión hay que hallarla
- Razonable es
 - descartar hipótesis incompatibles
 - inconsistencia gráfico
 - fórmula máximamente informativa
 - conclusión estándar

Tres casos posibles

1. *Sólo* contiene áreas sombreadas

cualquiera de las subáreas sombreadas
conclusión estándar
(relaciona al primero con el último)

2. *Sombreado y cruces:*

Es inconsistente

ninguna conclusión razonable

Es consistente

varias posibilidades

conclusión estándar

3. *Sólo* contiene *cruces entrelazadas*

entrelazados: solos y completos
superentrelazado

Example 8.1 Dragones

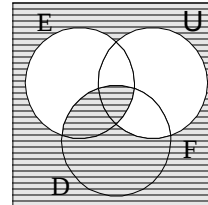
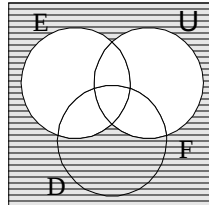
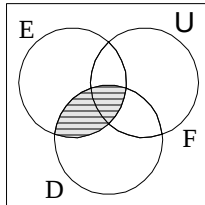
- HIPÓTESIS 1 Ningún país que haya sido explorado (**E**) está infestado de dragones (**D**).

$$\mathbf{E} \subseteq \sim \mathbf{D}$$

- HIPÓTESIS 2 Los países inexplorados son fascinantes (**F**).

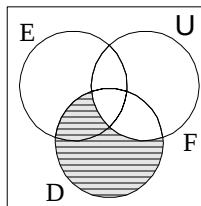
$$\sim \mathbf{E} \subseteq \mathbf{F}$$

Mediante diagramas de Venn buscamos conclusión al argumento



Hipótesis 1 Hipótesis 2 Superposición de hipótesis

De entre las diversas conclusiones posibles elegiremos la estándar; esto es, la que relaciona a los conjuntos **F** y **D**.



$$\mathbf{D \subseteq F}$$

Expresada en español diría:

- Los países infestados de dragones son fascinantes.

Example 8.2 Ostras

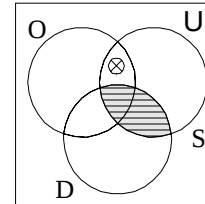
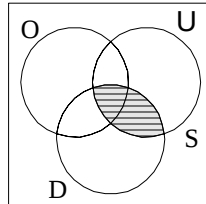
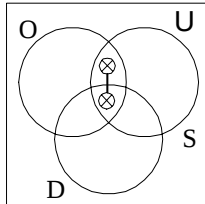
- HIPÓTESIS 1 Algunas ostras (**O**) son silenciosas (**S**).

$$\mathbf{O} \cap \mathbf{S} \neq \emptyset$$

- HIPÓTESIS 2 Las criaturas silenciosas no son divertidas (**D**).

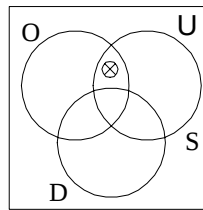
$$\mathbf{S} \subseteq \sim \mathbf{D}$$

Mediante diagramas de Venn buscamos conclusión al argumento



Hipótesis 1 Hipótesis 2 Superposición de hipótesis

De entre las diversas conclusiones posibles elegiremos la estándar; esto es, la que relaciona a los conjuntos **O** y **D**.



$$\mathbf{O} \cap \sim \mathbf{D} \neq \emptyset$$

Expresada en español diría:

- Algunas ostras no son divertidas.