

Tableaux semánticos y Tableau III

2º I.S.I - Lógicas para la Informática y la I.A.
Almudena Vicente Tocino

¿Qué veremos?

- Definición Lógica de Predicados
- Concepto, construcción y reglas de los *tableaux* semánticos
- Tableau III

Introducción a la lógica

- La lógica elemental se divide en:
 - **lógica proposicional**
 - permite descubrir la validez formal de una inferencia atendiendo esencialmente a las letras enunciativas y a los conectores presentes en un argumento
 - **lógica de predicados**
 - extensión de la lógica proposicional que usa variables para los objetos

¿Por qué Lógica de Predicados?

- La lógica proposicional maneja bien afirmaciones compuestas de **no, y, o, si ... entonces**
- En situaciones con un conjunto finito (pequeño) de elementos, esto es suficiente para hablar de **existe, todo, para todo**
- Ejemplo:
 - Tenemos 3 estudiantes A , B y C , tomando
 - p = “ A tiene ojos azules”
 - q = “ B tiene ojos azules”
 - r = “ C tiene ojos azules”
 - la afirmación “*existe un estudiante con ojos azules*”
 - $p \vee q \vee r$

¿Por qué Lógica de Predicados?

- Sin embargo, no es suficiente para este tipo de enunciados
 - Cada persona es hombre o mujer
- La afirmación se puede se puede representar como
 - $\forall x(H(x) \vee M(x))$
 - donde $H(x)$ = “x es hombre”, $M(x)$ = “x es mujer”
- Variables + Símbolos de función
 - representar objetos nuevos y con símbolos de predicado para describir relaciones entre objetos.

Tableaux Semánticos: Definición

■ Definición

- Mecanismo de decisión para sentencias de un lenguaje formal

■ Creador

- Beth y su “*Semantic entailment and formal derivability*”
 - Intento de búsqueda sistemática de contraejemplos para determinar si una fórmula es consecuencia de otras

Tableaux Semánticos: Construcción (I)

- “*Un **árbol semántico** es una sucesión de sucesiones de fórmulas llamadas **ramas**, generadas a partir de un conjunto (no vacío) de fórmulas, por aplicación a éstas de las reglas (y a las fórmulas resultantes que sean complejas).*”
- Una **rama** se construye hasta que
 - aparecen 2 literales contradictorios
 - todas las fórmulas que no son literales están marcadas

Tableaux Semánticos: Construcción (II)

- Varias posibilidades a la hora de desarrollar una fórmula sin marcar
- No hay norma estricta para seleccionar una fórmula
- Estrategia
 - Dar prioridad a las fórmulas según su signo lógico principal
 - Dos bloques de precedencia:
 - Sentencias proposicionales
 - Sentencias cuantificacionales
 - Prioridad $\rightarrow$ sentencias proposicionales
 - Orden: $\neg$, $\wedge$, $\vee$ / $\rightarrow$, $\exists$, $\forall$

Tableaux Semánticos: Fórmulas

■ Tipos de fórmulas

■ Fórmula- α

- Cada parte de una conjunción

■ Fórmula- β

- Cada parte de una disyunción
- La negación del antecedente y el consecuente de una implicación

■ Fórmula- γ

- Instancias de la matriz de una fórmula cuyo signo principal es $\forall$

■ Fórmula- δ

- Instancias de la matriz de una fórmula cuyo signo principal es $\exists$

Tableaux semánticos: Reglas

1. $\neg\alpha$ fórmula a marcar
 1. $\alpha = \neg\beta$, anotar β
 2. $\alpha = \beta \wedge \gamma$, anotar $\neg\beta \vee \neg\gamma$
 3. $\alpha = \beta \vee \gamma$, anotar $\neg\beta \wedge \neg\gamma$
 4. $\alpha = \beta \longrightarrow \gamma$, anotar $\beta \wedge \neg\gamma$
 5. $\alpha = \exists x\beta$, anotar $\forall x\neg\beta$
 6. $\alpha = \forall x\beta$, anotar $\exists x\neg\beta$
2. $\beta \wedge \gamma \rightarrow$ anotar consecutivamente β y γ al término de la rama y marcar con $\wedge$
3. $\beta \vee \gamma \rightarrow$ 2 subramas, una con β y otra con γ y marcar con $\vee$
4. $\beta \longrightarrow \gamma \rightarrow$ 2 subramas, una con $\neg\beta$ y otra con γ y marcar con $\longrightarrow$
5. $\exists x\beta \rightarrow \beta(b_k/x)^{11}$ al término de la rama, b_k es el parámetro de menor subíndice que no ocurría en ninguna fórmula de la rama, se marca la fórmula con dicho parámetro
6. $\forall x\beta \rightarrow \beta(b_1/x), \dots, \beta(b_n/x)$ al término de la rama, $b_1, \dots, b_n$ todos los parámetros que ocurren en la rama;; a medida que van anotándose $\beta(b_i/x)$, se marca la fórmula con b_i

Tableaux semánticos: Reglas

■ $\neg$ regla

$$\frac{\neg\neg\varphi}{\varphi}; \quad \frac{\neg(\varphi \vee \psi)}{\neg\varphi \wedge \neg\psi}; \quad \frac{\neg(\varphi \wedge \psi)}{\neg\varphi \vee \neg\psi}; \quad \frac{\neg(\varphi \rightarrow \psi)}{\varphi \wedge \neg\psi}; \quad \frac{\neg\exists x\varphi}{\forall x\neg\varphi}; \quad \frac{\neg\forall x\varphi}{\exists x\neg\varphi};$$

■ Fórmula- α

$$\frac{\alpha_1 \wedge \alpha_2}{\alpha_1}; \quad \alpha_2$$

■ Fórmula- γ

$$\frac{\forall x\varphi}{\varphi(b_1/x); \quad \varphi(b_2/x); \quad \dots; \quad \varphi(b_n/x)}$$

■ Fórmula- β

$$\frac{\beta_1 \vee \beta_2}{\beta_1 \mid \beta_2}; \quad \frac{\beta_1 \rightarrow \beta_2}{\neg\beta_1 \mid \beta_2}$$

■ Fórmula- δ

$$\frac{\exists x\varphi}{\varphi(b/x)}$$

Tableaux semánticos: Utilidad

- Base para desarrollar una enseñanza de la lógica
 - Combina claridad y rigor
- Facilita el aprendizaje de métodos formales y sus aplicaciones
- Sienta las bases para su uso en determinadas ciencias
 - Computación, I.A, ciencias cognitivas ...

Tableau III: Resumen

- Permite trabajar con *tableaux* en lógica proposicional y de predicados
- Desarrollado en la Universidad de Oxford (Reino Unido)
 - **Tableau II** (1988) : Luciano Floridi
 - DOS
 - **Tableau III** (2001) : Nik Roberts
 - Java
 - Aplicación de escritorio
 - Applet: <http://logic.philosophy.ox.ac.uk/tableau3/applet.htm>

Tableau III: Funcionalidad

■ Distintos tipos de ejercicios

- Lógica proposicional

- Lógica de predicados

 - $\exists x, M(x)$ siendo $M(x) = x$ es una mesa

- Lógica de predicados con identidad ($x = y$)

 - $\exists x, \exists y[[M(x) \wedge M(y)] \wedge \neg x=y] \rightarrow$ Hay al menos dos mesas x e y

■ Ayuda

- Reglas de los *tableaux*

- Reglas para crear fórmulas bien formadas

Tableau III: Ejemplo de Uso

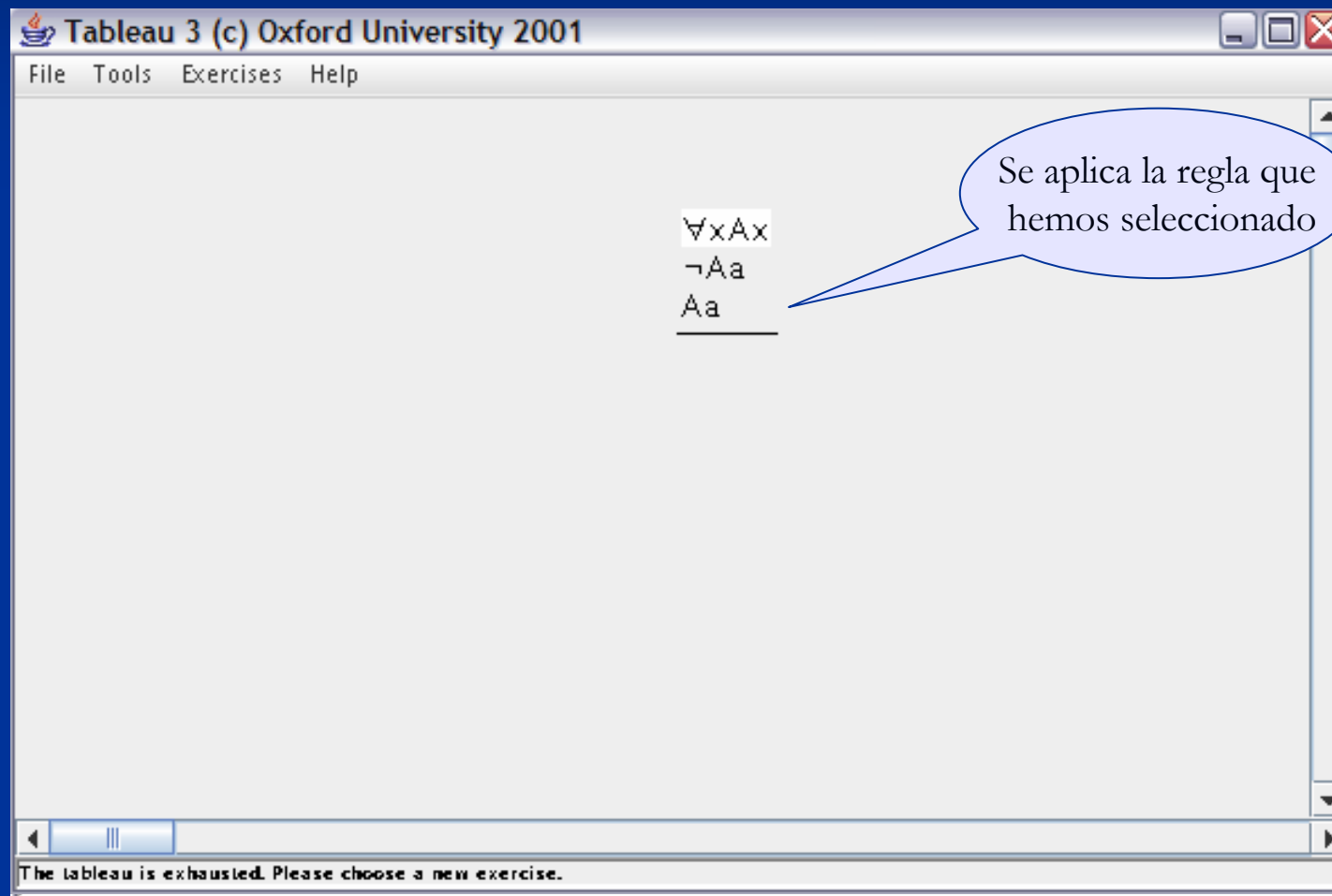


Tableau III: Ventajas

- 2 posibles formas de ejecución
 - Applet
 - Aplicación de escritorio
- Mensajes de ayuda guían al usuario
- Distintos tipos de ejercicios
 - Proposicionales, de predicados, de predicados con identidad

Tableau III: Desventajas

- No permite la realización de ejercicios propuestos por el usuario
- Ausencia de una documentación para usuarios que no tengan conocimiento exhaustivo de lógica

Bibliografía

- “Tablas semánticas”
 - Ángel Nepomuceno (Universidad de Sevilla)
- “Enseñar lógica: lenguaje lógico y árboles semánticos”
 - Ángel Nepomuceno (Universidad de Sevilla)
- <http://logic.philosophy.ox.ac.uk/> .
 - Introduction to logic. Universidad de Oxford

Tableaux semánticos y Tableau III

2º I.S.I - Lógicas para la Informática y la I.A.
Almudena Vicente Tocino