

Y EN UN PRINCIPIO ERA ... LA LÓGICA ESPACIAL

Lucila González Pazos

Si en algo estamos de acuerdo profesores y alumnos de Lógica es en que aquello que enseñamos parece más fácil, se entiende mucho mejor, cuando podemos presentarlo mediante diagramas. La Lógica con diagramas es clara, evidente, transparente, obvia. Lo sabemos, lo admitimos, ni se nos ocurre discutirlo, pero nunca nos paramos a considerar por qué lo es. No basta como razón aludir a que vivimos en el siglo de la imagen, que nuestros estudiantes han crecido entre imágenes o viven en ellas y que una imagen vale más que mil palabras o que cualquier retahíla de símbolos. Hasta hace pocos años no teníamos una explicación convincente de este hecho. Lo aceptábamos como tal hecho y nada más. Es que hasta hace pocos años no existían las Ciencias Cognitivas, ni se había planteado nada semejante a una ciencia cognitiva de la Matemática y de la Lógica. Ahora sí.

¿De dónde sale la Lógica? ¿Cómo se ha ido constituyendo en el plano del conocimiento? La inventaron los griegos, decimos. Es verdad. Y siempre me ha parecido asombroso que surgiera un día la Silogística aristotélica y sus reglas resultaran perfectamente fiables, logradas de una vez por todas, inmutables a través de los siglos, no cuestionadas, excepto en el tema del importe existencial que hoy vinculamos al cuantificador particular. ¿Son universales las leyes de la Lógica? Y si lo son, ¿a qué se debe su universalidad? Estaréis pensando qué tienen que ver estas preguntas con lo anterior, con lo naturales que nos parecen los diagramas, con su obviedad para nosotros. Parecen temas no conectados; pero lo están. Para comprenderlo, acaso sólo requiramos realizar un viaje a los orígenes, y no a los de la historia de la Humanidad, sino a los de la nuestra, la de cada uno. A aquella etapa inicial en que aparecimos en el planeta Tierra y empezamos a conocer: a observar el entorno, a distinguir objetos, a clasificarlos, a formar conceptos, a tener ideas, a relacionarlas, a pensar.

Este escrito no va a presentar ninguna aportación a la ciencia de la Lógica tal cual la explicamos en las aulas. Sólo pretende realizar una incursión en un campo nuevo, el de la ciencia cognitiva de la Lógica, campo en el que han sido pioneros George Lakoff y Rafael E. Núñez, autores de un magnífico trabajo publicado en el año 2000 y que lleva por título: “Where Mathematics Comes From. How the embodied mind brings Mathematics into being.” Sus hallazgos sirven de base para mis reflexiones.

I.- Los descubrimientos de la Ciencia Cognitiva.

Quizás los resultados más revolucionarios de la Ciencia Cognitiva durante las últimas décadas hayan sido, según opinan muchos científicos cognitivos y entre ellos Lakoff y Núñez (2000), los tres siguientes:

- 1.- La encarnación (“embodiment”) de la mente. El descubrimiento de que la naturaleza de nuestros cuerpos, de nuestro cerebro y nuestro funcionamiento cotidiano en el Mundo estructura conceptos humanos y razón humana, incluyendo los conceptos matemáticos y lógicos y la razón lógico-matemática.
- 2.- El inconsciente cognitivo. La mayor parte del pensamiento es inconsciente, inaccesible a la introspección consciente directa. No podemos examinar directamente nuestros sistemas conceptuales y tampoco nuestros procesos de pensamiento de bajo

nivel. Esto incluye a gran parte del pensamiento matemático y a muchas inferencias lógicas que realizamos en la vida cotidiana.

3.- El pensamiento metafórico. En su inmensa mayoría, los seres humanos conceptualizan conceptos abstractos en términos concretos, usando ideas y formas de razonar fundados en el sistema sensorio-motor. El mecanismo por el cual lo abstracto es comprendido en términos de lo concreto se llama “metáfora conceptual”. El pensamiento matemático también hace uso de la metáfora conceptual, cosa que podemos ver claramente cuando conceptualizamos los números como puntos en una línea. Al igual que la Lógica, según veremos más adelante.

Estos avances han permitido conseguir un análisis profundo y fundamentado de las ideas humanas, principalmente de las ideas matemáticas y lógicas, análisis difícil de imaginar en los tiempos de la Ciencia Cognitiva de la “disembodied mind”, cuando el pensamiento humano era considerado como la manipulación de símbolos puramente abstractos y los conceptos humanos asumidos como libres de cualquier condicionamiento o restricción de tipo biológico e independientes de cualquier descubrimiento acerca del cerebro. Era gratificante para los lógicos, pues en realidad se concebía el pensamiento como una forma de lógica simbólica. Pero los buenos tiempos pasaron y hoy nos encontramos con que la Lógica Simbólica misma es un hermoso sistema metafórico que pide a gritos un análisis cognitivo.

La metáfora conceptual es un mecanismo cognitivo fundamental para permitir que razonemos acerca de un tipo de cosas como si fuera otro. Esto supone que la metáfora no es simplemente un fenómeno lingüístico, una mera figura del habla, sino un mecanismo que pertenece al dominio del pensamiento. Lakoff y Núñez (2000) explicitan su significado técnico: “It is a grounded, inference preserving cross-domain mapping”, un mecanismo neuronal que nos permite usar la estructura inferencial de un dominio conceptual en otro. El peligro con las metáforas conceptuales es que pueden inducir a confusión y a error si no se identifican claramente y se toman como verdades literales. Pero son las protagonistas de desarrollo del conocimiento en cualquier disciplina intelectual y el fruto máximo de la potencia imaginativa y creadora de los humanos.

Los científicos cognitivos concuerdan ahora en afirmar que las ideas humanas están esencialmente fundadas en la experiencia sensorio-motriz, en nuestras primeras experiencias. Incluso las ideas más abstractas que llegamos a concebir a lo largo de nuestra vida hacen uso de mecanismos cognitivos formulables con precisión, tales como esas metáforas conceptuales de las que acabamos de hablar, que importan modos de razonar desde dicha experiencia sensorio-motriz. Siempre es una cuestión empírica establecer qué son las ideas humanas y cómo son, sean ideas matemáticas, lógicas, o no. Uno de los grandes hallazgos de la Ciencia Cognitiva es que nuestras ideas, todas ellas, están conformadas por nuestras experiencias corporales, no de un modo simple, de correspondencia uno-a-uno, sino indirectamente, a través de la fundamentación de nuestro sistema conceptual entero en la vida cotidiana. ¿También las ideas lógicas, los sistemas lógicos, se fundan indirectamente en experiencias corporales? Y si es así, ¿cómo exactamente? Desde luego puede parecer disparatado cuando se oye por primera vez, pero si hay algo perfectamente establecido en este ámbito es que conocemos con nuestro cuerpo y con nuestro cerebro, no hay más conocimiento que el conocimiento “embodied” y no hay más Matemática ni Lógica que la que nosotros construimos. La Lógica, como la Matemática, está limitada y estructurada por el cerebro humano y las capacidades mentales humanas.

II.- Los esquemas de imagen.

Todo comienza con la percepción. Pero lo realmente interesante es cómo los niños llegan a ser capaces de pensar, de ir más allá de la mera categorización perceptiva hasta formar conceptos. E interesa el tema porque existe la firme convicción entre los investigadores de que los conceptos de los adultos se derivan de algún modo de los primitivos sensoriales disponibles para los niños, aunque ha tardado en conocerse de qué modo. J. M. Mandler (1992), en un artículo que se ha convertido en texto de culto: "How to build un baby II: Conceptual primitives ", ha sido el primer científico cognitivo que destaca la evidencia de una actividad conceptual no-sensorial en la primera infancia y se atreve a describir un mecanismo de análisis perceptivo por medio del cual tal procesamiento conceptual sería realizado, Mediante él, los niños derivarían significado a partir de la actividad perceptiva. Los niños usan este mecanismo para redescibir la información que reciben por la percepción en un formato de esquema de imagen. Los esquemas de imagen crean estructura conceptual a partir de la estructura espacial de los objetos y de sus movimientos, dando lugar a nociones básicas. Estos significados tempranos son representaciones analógicas no-proposicionales, fundadas en el mundo de la percepción del niño. En contraste con la mayor parte del procesamiento perceptivo, que no se analiza de esta manera, la redescipción en forma de esquemas de imagen simplifica la información perceptiva y la hace potencialmente accesible para propósitos de formación de conceptos y pensamiento. Además de facilitar pensamiento preverbal, los esquemas de imagen fundan la adquisición del lenguaje al crear la adecuada "interface" entre los procesos continuos de la percepción y la naturaleza discreta del lenguaje.

El análisis perceptivo lleva, como decíamos, a redescipciones de la estructura espacial en forma de esquemas de imagen. Tales redescipciones constituyen los significados que usan los niños para crear conceptos de objetos, tales como cosas animadas o inanimadas, y conceptos relacionales, como contenedor y soporte. Estos conceptos son complejos y distan de ser atributos sensoriales, sin embargo aparecen muy pronto en la infancia y no hay razones para pensar que sean innatos. El análisis perceptivo es un proceso en el que, dada una serie de objetos o acontecimientos en el ámbito de la percepción, es atentamente analizada y de ahí se abstrae una nueva clase de información. La información es nueva en el sentido de que una pieza o fragmento de la información perceptiva es re-codificada en una forma no-perceptiva que representa un significado. A veces requiere comparar un objeto con otro para poder llegar a conceptualizarlos como el mismo (o diferente) tipo de cosa, pero a menudo sólo se limita a advertir algún aspecto del estímulo que no había sido advertido antes. El proceso es diferente del procesamiento perceptivo usual, que ocurre automáticamente y no suele estar bajo control del que percibe. La mayor parte de la información perceptiva codificada normalmente no es ni advertida conscientemente ni accesible un tiempo después para propósitos de pensamiento. El análisis perceptivo, en cambio, exige la re-codificación de un subconjunto de la información perceptiva que va llegando en unos significados que forman la base de conceptos accesibles.

Los lingüistas cognitivos, por su parte, y me refiero a M. Johnson, Lakoff, Langacker y Talmy, ya habían proclamado antes que uno de los fundamentos de la capacidad de conceptualizar es el esquema de imagen, en el que estructura espacial se mapea en estructura conceptual. Los esquemas de imagen son, según estos lingüistas que han estudiado la lengua inglesa, nociones como PATH, UP-DOWN, CONTAINMENT, FORCE, PART-WHOLE y LINK, nociones que se derivan claramente de la estructura perceptiva y tienen equivalentes en las demás lenguas. De acuerdo con Lakoff y Johnson (1987), los esquemas de imagen constituyen el núcleo de la comprensión por

parte de la gente, incluso de los adultos, de una amplia variedad de objetos y de acontecimientos, así como de las extensiones metafóricas de esos conceptos a dominios más abstractos. Ellos forman, en efecto, un conjunto de significados primitivos, primitivos en el sentido de fundacionales, ya que no son atómicos, ni unitarios ni carentes de estructura.

A juicio de Mandler(1992), aun cuando los esquemas de imagen se deriven de procesos perceptivos y motores, no son ellos mismos procesos sensorio-motores, sino redescripciones condensadas de tales procesos. El análisis perceptivo conllevaría una descripción de estructura espacial y de estructura motora que es abstraída primordialmente de la visión, del tacto y del propio movimiento del sujeto. Según su punto de vista, dicho análisis supondría re-codificar “inputs” perceptivos en conceptualizaciones de espacio esquemáticas. De ahí que los esquemas de imagen puedan ser definidos como un análogo dinámico de las representaciones de relaciones espaciales y movimientos en el espacio. Son un análogo en el sentido de que son representaciones estructuradas espacialmente y son dinámicos porque pueden representar un cambio de lugar continuo, como el de un objeto que se mueve a lo largo de una trayectoria. Su naturaleza continua, en tanto que opuesta a discreta, significa que no tienen un carácter proposicional, aunque debido a la simplicidad de la información que representan, resultaría una tarea fácil describirlos en forma proposicional. Son abstraídos del mismo caudal de información recibida al percibir, pero eliminan más detalles de la serie espacial de los que son procesados en la mera percepción. Al mismo tiempo, son redescripciones porque usan un vocabulario diferente. Estas nuevas representaciones son los elementos de significado primitivos, utilizables para formar conceptos accesibles.

Es muy importante fijarse en que Mandler da primacía al análisis espacial sobre el temporal, porque piensa que los conceptos temporales se derivan, al menos parcialmente, de los espaciales. Muchos lingüistas han notado que, en los múltiples lenguajes estudiados, la mayoría de los términos temporales, si no todos, tienen un sentido espacial como significado primigenio. Incluso aunque las trayectorias de movimiento tienen una extensión tanto temporal como espacial, parece más fácil analizar el movimiento a través del espacio que el movimiento a través del tiempo. Por ejemplo, un análisis no verbal de un cambio de lugar puede ser expresado señalando con la mano o moviéndola, una opción no disponible para el cambio en el tiempo. Ciertamente que los niños muy pequeños usan parámetros temporales en su procesamiento de la información, pero eso no significa que los conceptualicen. Por todo ello, Mandler piensa que los conceptos temporales son representados, en primera instancia, como extensiones analógicas de esquemas espaciales.

Parece pues evidente que los esquemas de imagen constituyen el formato adecuado para representar el significado que dará lugar a los primeros conceptos accesibles. Una segunda fase comienza ahora. La producción de pensamiento requiere, además de poseer tales conceptos, pasar a relacionarlos entre sí. Y aquí surge una nueva cuestión, todavía abierta, relativa a si pensar requiere una forma de representación proposicional o podría simplemente producirse a partir de la construcción de modelos mentales tipo los espacios mentales de Fauconnier (1994). Sin embargo, es valioso resaltar que Lakoff y Johnson (1987) han hecho patente que la estructura de esquemas de imagen da lugar a diversos entañamientos, sugiriendo que por lo menos algunas inferencias no requieren una forma proposicional de representación. Es decir, la naturaleza dinámica y relacional de los esquemas de imagen proporciona una especie de sintaxis, aunque ésta no se exprese mediante estructuras de predicado-argumento que permitan especificar condiciones de verdad. Si su opinión es correcta, supondría que un niño equipado con

esquemas de imagen podría empezar a pensar acerca del Mundo sin necesidad de un lenguaje de pensamiento con base proposicional del tipo preconizado por Fodor.

¿Es viable y productiva la teoría de la formación temprana de conceptos en términos de esquemas de imagen? Tanto M. Johnson como Lakoff han tenido especial afán en subrayar que los esquemas de imagen no son lo mismo que las imágenes reales. Son más abstractos que las imágenes; consisten en patrones espaciales dinámicos que subyacen a las relaciones espaciales y movimientos encontrados en las imágenes concretas reales, las que ellos llaman “imágenes ricas”. Mandler, por su parte, no considera que las imágenes reales sean tan “ricas”, ni meras copias no interpretadas de la realidad, sino construcciones realizadas a partir de conceptos subyacentes que la persona ha formado anteriormente. Estima entonces que los conceptos, especialmente los conceptos preverbales, expresados en forma de esquemas de imagen, facilitan enormemente esa posterior construcción de imágenes. El esquema de imagen mismo estructura un espacio de imagen que pueden llenar perfectamente los objetos, con sus movimientos y relaciones espaciales. Y son estas imágenes concretas que se forman ahora las que se conocen, no los esquemas de imagen.

III.- El esquema CONTAINER.

De todos los esquemas de imagen, o primitivos espaciales, que destacan los investigadores cognitivos, hay uno que nos interesa especialmente: el contenedor o recipiente. Tiene una relevancia clara en el pensamiento preverbal, en la adquisición del lenguaje y en la realización de las primeras inferencias lógicas. De acuerdo con Lakoff (1987), el esquema Contenedor tiene tres elementos estructurales: interior, límites y exterior. Es una noción que parece surgir de dos fuentes: primero del análisis perceptivo de la diferenciación entre figura y fondo, que supone ver los objetos como teniendo un “interior” que está separado de lo de “afuera”; y segundo, del análisis perceptivo de objetos que están dentro o fuera de un recipiente. Lakoff señala que este esquema de imagen forma una especie de “gestalt”, un todo que adquiere significado en virtud de las relaciones entre sus partes. “Dentro” no tendría significado sin considerar “fuera” y un límite entre ellos. Lakoff sugiere que el esquema CONTAINER forma la base para la posterior plenitud de significado de ciertas relaciones lógicas, tales como $(P \vee \neg P)$, (dentro de P o no-dentro de P) y para la lógica de clases (“si todas los A son B y X está en A, entonces X está en B”). Incluso proclama que nuestra comprensión intuitiva del significado de la palabra “conjunto” es debida a este esquema. Según su opinión, los postulados de significado aquí serán plenamente significativos precisamente porque son traducciones proposicionales de los esquemas que estructuran nuestro pensamiento no verbal.

Hay que reconocer el atractivo de esta pretensión en tanto que sugiere cómo la representación de los primeros conceptos en términos de esquemas de imagen puede proporcionar una fundamentación, en el pensamiento pre-verbal, para aspectos del aprendizaje posterior y del razonamiento. Psicólogos evolutivos como Braine y Rumian (1983) habían señalado que sería difícil explicar que los niños entendieran oraciones con conectivas lógicas, como “o”, si no tuvieran ya “esquemas de inferencia”. Y puede verse claramente de dónde podrían venir, si consistieran en la comprensión del significado de nociones simples como CONTAINER. La implicación de que algo está dentro o fuera de un recipiente, y no dentro y fuera a la vez, es espacialmente evidente a partir del examen de cualquier recipiente y puede ser proyectada por medio de este esquema de imagen a otras relaciones lógicas con “o” y “no”. Ciertamente que las implicaciones extraídas de un esquema de imagen no son proposicionales, ni constan

de cadenas de símbolos discretos, sin embargo proporcionan el significado de ciertas inferencias de tal manera que puedan ser perfectamente entendidas. Precisamente porque esta clase de representaciones análogas tienen una estructura relacional, se podría decir que contienen dentro de ellas la base que se convertirá luego, en el lenguaje o en la lógica, en una estructura de predicado-argumento.

En su trabajo del año 2000, Lakoff y Núñez han desarrollado con más detalle esas ideas, buscando en todo momento conectar los esquemas de imagen con la aparición de nociones matemáticas y lógicas. Por ejemplo, intentan resaltar cómo esquemas de imagen complejos, el del contenedor, sintetizado en la partícula del lenguaje “en”, puede dar lugar a lógicas espaciales. Realmente diseñan un esbozo de lo que podría ser la lógica de los esquemas cognitivos tipo contenedor o recipiente. Dibujemos cualquier recipiente A introducido dentro de otro más grande B. Por simple inspección se puede advertir no sólo que si un objeto cualquiera X está en A entonces también está en B, sino que otro objeto Y, si está fuera de B, está también fuera de A.

Asimismo podemos conceptualizar los contenedores físicos como contenedores cognitivos y obtener una clara ventaja: los contenedores cognitivos o conceptuales, siendo parte de la mente, pueden hacer algo que no permiten los físicos: formar intersecciones. De este modo, una entidad imaginada X puede estar en dos esquemas de contenedor A y B a la vez. Estos esquemas de contenedor cognitivos son usados no sólo en percepción e imaginación sino también en las conceptualizaciones. Son justamente las estructuras cognitivas que permiten dar sentido a los familiares diagramas de Venn.

Con respecto a las inferencias anteriores, podemos constatar que ni siquiera hay que realizar operaciones deductivas para extraer las conclusiones. Éstas resultan autoevidentes a partir de la contemplación de los recipientes físicos o de su representación pictórica en imágenes. A causa de que los esquemas de imagen tienen lógicas espaciales inherentes, construidas o edificadas en su estructura, pueden funcionar como conceptos espaciales y ser usadas directamente en razonamiento espacial. El razonamiento acerca del espacio parece producirse de inmediato en términos espaciales, usando esquemas de imagen más que palabras o símbolos. De todas formas, conseguimos esquemas inferenciales claros:

- 1.- Dados dos “container schemas” A y B y un objeto X, si A está en B y X está en A, entonces X está en B.
- 2.- Dados dos “container schemas” A y B y un objeto Y, si A está en B e Y está fuera de B, entonces Y está fuera de A.

IV.- Las metáforas conceptuales.

Una inmensa cantidad de razonamiento abstracto cotidiano surge a partir de aquí mediante mapeos metafóricos que atraviesan dominios. De ahí que mucho de lo que a menudo se llama inferencia lógica es de hecho inferencia espacial proyectada sobre un dominio lógico abstracto. Consideremos la lógica ya mencionada del esquema de imagen llamado CONTAINER. Categorizamos a partir de ella, formamos conceptos, utilizando una metáfora común: “Las Categorías son Contenedores.” Mediante esa metáfora procedemos a concebir una categoría como si fuera una región delimitada en el espacio y a los miembros de esa categoría como si fueran objetos dentro de dicha región delimitada. El mapeo metafórico se establecerá de la siguiente manera:

DOMINIO FUENTE CONTENEDORES

- Regiones delimitadas en el espacio →
- Objetos que están dentro de esas regiones →
- Una región delimitada dentro de otra →

DOMINIO META CATEGORÍAS

- Categorías
- Miembros de la Categoría
- Subcategoría de una Categoría más amplia.

Supongamos que aplicamos este mapeo a los dos patrones de inferencia mencionados anteriormente, que caracterizan la lógica espacial interna de los esquemas CONTAINER. Obtendremos lo siguiente:

DOMINIO FUENTE Inferencias en el esquema

Tercero Excluido
Cualquier objeto X está o bien en (dentro de) un esquema A o fuera del esquema A.

→

Modus Ponens
Dados dos esquemas A y B y un objeto X, si A está dentro de B y X está dentro de A, entonces X está dentro de B.

→

Silogismo Hipotético
Dados tres esquemas A, B y C, si A está dentro de B y B está dentro de C, A está dentro de C.

→

Modus Tollens
Dados dos esquemas A y B y un objeto Y, si A está dentro de B e Y está fuera de B, entonces Y está fuera de A.

→

DOMINIO META Inferencias en la Categoría

Tercero Excluido
cualquier entidad X está o bien dentro de la Categoría A o fuera de la Categoría A.

Modus Ponens
Dadas dos Categorías A y B y una entidad X, si A está dentro de B y X está dentro de A, entonces X está dentro de B.

Silogismo Hipotético
Dadas tres Categorías A, B y C, si A está dentro de B y B está dentro de C, A está dentro de C.

Modus Tollens
Dadas dos Categorías A y B y una entidad Y, si A está dentro de B e Y está fuera de B, entonces Y está fuera de A.

El punto clave aquí es que la lógica de los esquemas CONTAINER es una lógica espacial “embodied”, encarnada o incorporada, que surge de los circuitos neuronales, de la peculiar naturaleza y estructura de nuestros cuerpos, sistema nervioso y cerebro. Los Principios o Reglas anteriores de las Categorías clásicas son aplicaciones metafóricas de esa primitiva lógica espacial, dado que la Metáfora “Las Categorías son Contenedores”,

como suelen hacerlo todas las metáforas conceptuales, preserva la estructura inferencial del dominio fuente.

Además, la Metáfora “Las Categorías son Contenedores” entraña otras cosas importantes, por ejemplo :

El solapamiento de los interiores
de dos regiones delimitadas



La Intersección de dos
Categorías.

La totalidad de los interiores de
dos regiones delimitadas



La Unión de dos
Categorías.

En suma, dada la lógica espacial de los esquemas CONTAINER, la metáfora “Las Categorías son Contenedores” proporciona una versión cotidiana de lo que podríamos llamar lógica de clases “folk”, con intersecciones y uniones. Por esta razón, los diagramas de Venn de la Lógica de Clases son tan naturales para nosotros, aunque haya ciertamente diferencias entre la lógica “folk” y la técnica. La primera, que es conceptual, surge de un mecanismo perceptivo, que es la capacidad para percibir el mundo en términos de estructuras que contienen objetos o que se contienen unas a otras.

Los diagramas de Venn patentizan cómo clases y conjuntos han sido categorizados metafóricamente de forma típica como contenedores y derivan su lógica de la Lógica de esquemas de contenedor conceptuales. Cuando visualizamos clases y conjuntos mediante diagramas, estamos usando esquemas de contenedor cognitivos en la visualización. Los diagramas representan pictóricamente ideas lógico-matemáticas: pueden “pintar” la inclusión de una clase o de un conjunto en otro, la unión de clases o conjuntos, la intersección, la diferencia, la diferencia simétrica, el complemento de una clase, etc. Desde la perspectiva de la “embodied mind”, la lógica espacial es primaria y la lógica abstracta de categorías es derivada secundariamente a partir de ella, vía metáfora conceptual.

Las metáforas conceptuales nos llevan desde esa Lógica espacial primaria hasta la Lógica de Categorías y hasta la Lógica Matemática técnica que crean y enseñan los lógicos. Es el mecanismo cognitivo central de extensión desde la lógica primaria hasta la consecución de los sistemas formales lógicos. Quizás lo que impida comprender bien las ideas lógicas o matemáticas sea el hecho de no advertir que resultan de metáforas y por eso no han de tomarse en sentido literal. Se produce en realidad una estratificación de metáforas a lo largo de siglos. Cada estrato metafórico acarrea estructura inferencial sistemáticamente desde los dominios fuente a los dominios meta. Las metáforas conceptuales no han sido tan estudiadas en el ámbito de la Matemática y de la Lógica como en el lenguaje natural y en el pensamiento cotidiano. Sin embargo Lakoff y Núñez (2000) encuentran ejemplos reveladores, donde la distinción entre dominio fuente y dominio meta es clara, donde las correspondencias a través de los dominios han sido bien establecidas y donde las estructuras inferenciales son obvias.

Pero el avance o extensión del pensamiento también requiere efectuar mezclas conceptuales. Una mezcla conceptual es la combinación conceptual de dos estructuras cognitivas distintas con correspondencias fijas entre ellas. Un ejemplo simple en Matemáticas sería el del círculo unidad, en el que un círculo se superpone al plano cartesiano con las siguientes correspondencias fijadas: el centro del círculo es el origen (0,0) y el radio del círculo es 1. Esta mezcla tiene entrañamientos que se siguen de estas

correspondencias junto con la estructura inferencial de ambos dominios. Así, el círculo unidad cruza el eje-x en $(1,0)$ y $(-1,0)$ y el eje-y en $(0,1)$ y $(0,-1)$. El resultado es bastante más que un mero círculo: es un círculo que tiene una posición fija en el plano y cuya circunferencia es una longitud conmensurada con los números que estén en los ejes x e y. Un círculo en un plano euclídeo, donde no hay ejes ni números, no tendría esas propiedades.

Las correspondencias fijadas en una mezcla conceptual pueden venir dadas por una metáfora y entonces tendremos una mezcla metafórica. Un buen ejemplo es la mezcla “línea de números”, que utiliza las correspondencias establecidas por la metáfora “Los Números son Puntos sobre una Línea”. En la mezcla se crean nuevas entidades, los “puntos-número”, entidades que son a la vez números y puntos sobre una línea. Autores como Fauconnier y Turner han prestado enorme atención a estas mezclas conceptuales metafóricas y a las redes que forman. Se consideran clave para entender las ideas más importantes surgidas en la historia de la Matemática .

V.- El álgebra de Boole y la Lógica Simbólica.

El paso último para lograr una Matemática y una Lógica avanzadas vendría dado por la simbolización. De entrada hay que diferenciar los conceptos lógicos y matemáticos de los símbolos escritos. En lo que podríamos llamar la “lógica encarnada”, los símbolos son significativos en virtud de los conceptos lógicos a los que atañen y estos son dados en términos cognitivos: esquemas de imagen, estructuras metafóricas, redes de dichas estructuras, etc. Ahora bien, tales estructuras cognitivas requerirán, en última instancia, una explicación neuronal de cómo el cerebro las crea sobre la base de la circuitería neuronal y la experiencia corporal y social. Entender un símbolo lógico es asociarlo con un concepto, algo plenamente significativo en la cognición humana y que se funda en definitiva en la experiencia corporal y está creado vía mecanismos neuronales.

Cuando dibujamos ilustraciones de los esquemas de contenedor, encontramos que son semejantes a diagramas de Venn para clases. Esto no ocurre por accidente. La razón es que las clases suelen ser conceptualizadas en términos de “esquemas de contenedor”. Pensamos acerca de los objetos como si estuvieran dentro o fuera de una clase. O sea que los diagramas de Venn son instanciaciones visuales de dichos esquemas, primitivos espaciales en la formación del conocimiento. El motivo por el cual los diagramas de Venn funcionan como simbolizaciones de clases es que las clases se conceptualizan metafóricamente como contenedores, es decir, como regiones delimitadas en el espacio. La lógica de los “container schemas”, una lógica que surge de parte de nuestro sistema visual e imaginativo adaptado para un uso más general, se parece mucho a la Lógica de clases booleana. Dicha lógica puede ser utilizada para ambas cosas: para estructurar el espacio y para servir de herramienta a la razón más abstracta, al ser proyectada a nuestro sistema conceptual cotidiano via la metáfora de que las categorías o clases son contenedores. Esto explica gran parte de nuestro razonamiento acerca de las categorías conceptuales, aunque no todo. Lo cierto es que la lógica booleana surge también de nuestra capacidad para percibir el mundo en términos de esquemas de contenedor y de formar imágenes mentales usándolos.

Desde la época de Aristóteles, la lógica de proposiciones y predicados ha sido directamente ligada con las que han sido llamadas categorías o clases. Aristóteles conceptualizaba una predicación del tipo “Sócrates es mortal” como un enunciado categorial de la forma “Sócrates está dentro de la Categoría (o clase) de los mortales”. La lógica del pensamiento de Boole fue en esa dirección y siguió esa tradición, de tal

manera que su inicial formulación de lo que culminó en la lógica simbólica ha sido interpretada como una Lógica de Clases. La distinción técnica que hoy existe entre clases y conjuntos fue introducida después. De momento podemos usar el término “clase” como una convención que significa una colección de cualquier tipo de objetos.

La noción intuitiva, pre-lógica o pre-matemática de clase es conceptualizada en términos de “container schemas”, es decir, una clase de entidades se conceptualiza en términos de una región delimitada del espacio, con todos los miembros de la clase dentro de la región delimitada y los no-miembros fuera de dicha región. Desde una perspectiva cognitiva, las clases son intuitivamente contenedores metafórico-conceptuales, caracterizadas cognitivamente por un mapeo o proyección metafórica, por una metáfora fundante: “Las clases son Contenedores”. Ya lo hemos visto plasmado en el caso de “Las Categorías son Contenedores”. Y esta es nuestra metáfora natural, inconsciente, acerca de lo que es una clase. Decimos que es una metáfora básica o fundante porque funda nuestro concepto de una clase en nuestro concepto de una región delimitada en el espacio, vía el aparato conceptual del esquema de imagen para contenedores. Es el modo en que conceptualizamos las clases en la vida cotidiana.

Desde Aristóteles y los Estoicos hasta Boole transcurrieron muchos siglos. Durante ellos se desarrollaron la Aritmética, el Álgebra y otras muchas ramas de las Matemáticas. No vamos a entrar en los procesos cognitivos que llevaron a tales desarrollos. Lo que importa constatar es que, en un primer momento, Boole encontró ciertas similitudes estructurales entre Aritmética y Clases, del estilo de la relación entre números y colecciones de objetos. A la vez, entendió el razonamiento en términos de lógica aristotélica, que dependía de la metáfora central que había introducido Aristóteles, metáfora que convertía una predicación en un enunciado de pertenencia a una clase. Boole vio el modo de usar las similitudes que él percibía entre Aritmética y clase para formular un álgebra de clases. Lo logró, con algunas modificaciones debidas a De Morgan, introduciendo una nueva metáfora conceptual, la que se llamará Metáfora de Boole. Desde una perspectiva cognitiva, su metáfora ha sido importantísima ya que permitió conceptualizar las clases como teniendo una estructura algebraica. Pero necesitó desarrollarla en dos etapas. En la primera, consiguió una comprensión metafórica parcial de las clases en términos de Aritmética. Construyó una metáfora de enlace entre aritmética y clases, estableciendo un mapeo de números a clases, de operaciones aritméticas a operaciones sobre clases y de leyes aritméticas a leyes que gobiernan operaciones sobre clases. Su mayor invento fue hallar un correlato para 0 y 1. Efectivamente, creó una clase que cuando se añade a otra clase no la cambia, justamente como sumar 0 a un número no cambia el número. 0 fue mapeado sobre esa clase vacía. Pero hay más: 0 es un número único, por tanto la clase vacía sobre la que 0 ha de proyectarse también ha de ser una entidad única; además, debió mantener la más importante ley aritmética para 0: “ x veces 0, produce 0, para cualquier número x ”. Esta ley tendría que proyectarse sobre una correspondiente ley para clases: “ A , en intersección con la clase vacía, proporciona la clase vacía, para cualquier clase A ”. Lo cual implica que la clase vacía es una subclase de toda clase. Por su parte, 1 obtuvo su correlato en la clase universal, que contiene toda cosa del universo de discurso. Así, la ley aritmética: “ x veces 1 produce x , para cualquier número x ” fue mapeada sobre “ A , en intersección con la clase universal, produce A , para cualquier clase A .”

Tal fue la primera fase, porque pronto se dio cuenta de que su metáfora funcionaría exclusivamente para un universo con sólo dos clases, las inventadas, la universal y la vacía, y no funcionaría en absoluto para clases ordinarias. El problema surgía en relación con las leyes de idempotencia que no valen en la aritmética. Entonces decidió partir del álgebra como dominio fuente para la nueva versión de su metáfora,

precisamente porque en álgebra no se encontraría tan limitado por las propiedades aritméticas de los números y podría partir de elementos abstractos que obedecieran las nuevas leyes que había observado. Lo interesante es que, en virtud de esta nueva metáfora, tenemos el álgebra de Boole, que tiene elementos abstractos, no números, y está cerrada bajo dos operadores binarios también abstractos.

Cierto que Boole hizo algo más: no sólo extendió nuestro concepto de clase ordinario, prematemático, hasta convertirlo en un concepto matemático, sino que introdujo una simbolización adecuada que permitió un auténtico cálculo de clases. Desde una perspectiva cognitiva, toda notación para clases requiere establecer un mapeo desde los elementos y operaciones del álgebra a un dominio de símbolos, si bien los símbolos que se han impuesto en la tradición del cálculo de clases se deben a De Morgan y no a Boole. Y también es cierto que no logró lo que él creyó haber logrado: una formulación “científica” de las leyes del pensamiento humano y un cálculo riguroso para todas esas leyes. Porque nuestra noción cotidiana de clases no incluye las invenciones metafóricas de Boole, la clase universal y la clase vacía, y sin ellas su cálculo no funciona. De igual manera, pensaba que las clases que describía encajaban con el lenguaje cotidiano. No lo hacen. Los significados de los términos del lenguaje ordinario acerca de categorías son más complejos; incluyen estructuras de prototipo y toda una jerarquía asociada: casos típicos, casos ideales, estereotipos sociales, ejemplares sobresalientes y más; aparte de las categorías radiales, estructuras de marco y estructuras metafóricas. Lo cual no disminuye el valor de su creación, ya que su concepto de clase ha tenido una enorme utilidad matemática y llegó a ser la base de la noción matemática de conjunto. Además la notación y el cálculo de Boole fueron los precursores inmediatos del surgimiento y desarrollo de la lógica simbólica.

En efecto, la lógica de proposiciones es un sistema formal construido sobre el álgebra de Boole y su notación. Una vez más, la relación entre la Lógica proposicional y el álgebra de Boole viene dada por una metáfora, una metáfora de enlace, que puede ser llamada “la metáfora de la Lógica proposicional”. La clave o triquiñuela para establecerla es conceptualizar proposiciones en términos de clases, de tal modo que el álgebra de clases se proyecta sobre proposiciones preservando las inferencias. Esto se hace en la semántica de la lógica proposicional conceptualizando cada proposición P como siendo (metafóricamente) la clase de los estados del Mundo donde P es verdadera. Si P fuera, por ejemplo “Nieva en Madrid”, entonces la clase de los estados del mundo A donde P es verdadera es la clase de todos los estados del Mundo en los cuales nieva en Madrid. Similarmente, si Q fuera la proposición “Llueve en Londres”, entonces B sería la clase de todos los estados del Mundo en los que efectivamente llueve en Londres. La unión de A y B sería la clase de todos los estados del Mundo en que P o Q es verdadera, y así sucesivamente. El modo en que funciona este triquiñuela desde una perspectiva cognitiva es estableciendo el dominio fuente de la Metáfora como una mezcla conceptual de clases y proposiciones definidas como hemos dicho. Cada proposición es conceptualizada metafóricamente en términos de esa mezcla, es decir en términos de la clase de los estados del Mundo en los que la proposición es verdadera. El dominio meta de esta metáfora es una estructura conceptual, la Lógica Proposicional. Lakoff y Núñez la explicitan de la siguiente manera:

METÁFORA DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

DOMINIO FUENTE

Clases de estados del Mundo

DOMINIO META

Proposiciones: P, Q, etc.

Una clase de estados del Mundo
en que la proposición P es verdadera

→

Proposición P

Unión de clases

→

Disyunción, “o”

Intersección de clases

→

Conjunción, “y”

Complemento de A:
A' = la clase de estados del
Mundo donde P no es verdadera.

→

La negación de P: no-P

B es una subclase de A (donde
B es la clase de estados del Mundo
donde P es verdadera y A es la clase
de estados del Mundo donde Q es
verdadera.

→

La implicación material de Q
por P: si P, entonces Q

Identidad de clases: “es la misma
clase que”.

→

Equivalencia lógica: si y sólo si

Ley conmutativa para la Unión

→

Ley conmutativa para la Disyunción

Ley conmutativa para la Intersección

→

Ley conmutativa para la Conjunción

Ley asociativa para la Unión

→

Ley asociativa para la Disyunción

Ley asociativa para la Intersección

→

Ley asociativa para la Conjunción

Leyes distributivas para la Intersección
y la Unión

→

Leyes distributivas para la
Conjunción y la Disyunción

La clase vacía de estados del Mundo
(donde las contradicciones son verdaderas)

→

Contradicciones: proposiciones cuyo
valor de verdad es siempre FALSO

La clase universal de estados del Mundo
(donde las tautologías son verdaderas)

→

Tautologías: proposiciones cuyo
valor de verdad es siempre
VERDADERO

Identidad para la Unión: clase vacía	→	$Q \text{ y no-}Q$
Identidad para la Intersección: clase Universal	→	$Q \text{ o no-}Q$
A unión clase vacía = A	→	$P \text{ o } (Q \text{ y no-}Q) \text{ si y sólo si } P$
A intersección clase universal = A	→	$P \text{ y } (Q \text{ o no-}Q) \text{ si y sólo si } P$
A intersección clase vacía = clase vacía	→	$P \text{ y } (Q \text{ y no-}Q) \text{ si y sólo si } (Q \text{ y no-}Q)$

Para lograr la Lógica simbólica, el cálculo proposicional, necesitamos un nuevo mapeo de la estructura proposicional sobre símbolos y así llegaremos a establecer el sistema formal con el que habitualmente trabajamos.

VI.- Consideraciones finales.

En este punto, podemos pararnos a revisar el camino recorrido: Hemos partido de unos esquemas de imagen especiales, “container schemas”, mecanismos cognitivos de la vida cotidiana que nos llevarán concepto de clase. Este concepto cotidiano de clase surgirá vía metáfora “las clases son contenedores”. De ahí, un salto más arriesgado nos proporcionará las clases booleanas, construidas a partir de clases ordinarias, cotidianas, y metáfora de Boole. Luego llegaremos a la Lógica proposicional, construida a su vez gracias a la metáfora de la Lógica proposicional, que se edifica sobre el álgebra de Boole. Lo último será el cálculo proposicional, un mapeo cognitivo entre Lógica proposicional y símbolos.

A partir del cálculo proposicional, la Lógica seguirá su propia dinámica mediante la creación sucesiva de cálculos de complejidad creciente. Pero lo importante aquí es constatar cómo ese cálculo proposicional, la forma más simple y más elemental de Lógica simbólica, está en definitiva fundado en los “container schemas”, en el sistema visual. Esto nos permite entender cómo se constituye, en el plano del conocimiento, la Lógica simbólica, y cómo ésta, lejos de ser puramente abstracta, es empírica en sus orígenes, fundada en la experiencia corporal, en el sistema visual y en los primitivos espaciales. Tal es la razón de su universalidad.

La consideración de nuestro recorrido también nos permite comprobar la preservación de inferencias a través de los distintos procesos. Conseguimos establecer algunos esquemas de inferencia en la Lógica Espacial: Tercero Excluido, Modus Ponens, Silogismo Hipotético y Modus Tollens. Las metáforas conceptuales utilizadas para avanzar nos han permitido que la estructura inferencial del dominio fuente sea usada para estructurar el dominio meta. La metáfora “Las Clases son Contenedores” mapea las leyes inferenciales obtenidas de los “embodied container schemas” sobre clases conceptuales que incluyen tanto las cotidianas como las booleanas, extensiones metafóricas de clases ordinarias. O sea que volvemos a encontrar las cuatro leyes citadas en el ámbito de las clases, expresadas naturalmente en términos de clases. Un nuevo mapeo, vía metáfora de la Lógica proposicional, nos da de nuevo las cuatro leyes

inferenciales, expresadas ahora en términos de proposiciones. Finalmente, las leyes inferenciales para proposiciones, proyectadas sobre un dominio de símbolos, nos brindan las fórmulas familiares de nuestro cálculo: Tercero Excluido, Modus Ponens, Silogismo Hipotético y Modus Tollens. Leyes inferenciales que, a partir de ahí, podemos convertir en Reglas utilizables en algoritmos “sin mente”, que simplemente manipulan símbolos. Y la razón de que estas Reglas para manipular símbolos preserven la verdad es que hemos llegado a ellas en virtud de mapeos sucesivos que siempre la preservaban. En suma, es la capacidad de preservar la inferencia de las metáforas conceptuales la que permite que las Reglas de inferencia preserven la verdad. Utilizándolas para lograr una línea de una prueba a partir de líneas anteriores, el cálculo proposicional puede ser mecanizado de manera que, por la puramente mecánica manipulación de símbolos, podamos siempre seguir estando seguros de que preservamos la verdad.

Si algo ha quedado patente en esta historia es que la Lógica, al igual que la Matemática, es conceptualizada y entendida en términos de mecanismos cognitivos normales: esquemas de imagen, metáforas conceptuales, mezclas conceptuales y mapeos cognitivos entre conceptos y símbolos. Lakoff y Núñez han pretendido iniciar una ciencia cognitiva de la Matemática que incluye en ésta a la Lógica Simbólica. Su método es el del análisis de las ideas matemáticas y lógicas para descubrir los mecanismos cognitivos que nos han permitido establecerlas. Pero se basan en la evidencia empírica, en los resultados de la psicología cognitiva, de la neurociencia, de la lingüística cognitiva y de la semántica cognitiva. Para ellos, existe evidencia experimental, a partir de los resultados de dichas disciplinas y de la modelización neuronal computacional, de que los esquemas de imagen se fundan en el sistema sensorio-motor y de que tienen estructuras inferenciales inherentes como las que aquí hemos considerado. Estas incluyen versiones “container schema” de las cuatro leyes inferenciales de la Lógica clásica citadas. Además, hay evidencia, a partir de los estudios realizados sobre metáfora conceptual en lingüística cognitiva, psicología cognitiva y modelización neuronal computacional, de que las metáforas conceptuales son mapeos cognitivos, a través de dominios, que siempre preservan la estructura inferencial del dominio fuente. Y hay evidencia también, en Lingüística cognitiva, de que existe la metáfora fundante “las clases son contenedores”. Fundante, porque funda nuestra comprensión de clases al proyectar la estructura inferencial de los “embodied container schemas” sobre clases ordinarias.

A partir de ese momento es el talento lógico-matemático el que entra en acción, de manera que la metáfora de Boole y la metáfora de la lógica proposicional fueron hábiles inventos de los matemáticos para matematizar las clases y mapearlas en estructuras proposicionales. El mapeo lógico-simbólico también se debió a ellos, consiguiendo que la lógica proposicional pudiera plasmarse en un cálculo simbólico gobernado por reglas de manipulación ciega.

Así pues, nuestra comprensión de la Lógica Simbólica se retrotrae a la estructura inferencial de los “embodied container schemas”, desde la cual hemos avanzado vía mapeos metafóricos y simbólicos. Por ello nos resultan tan claros, tan naturales, tan obvios, los diagramas: sean de Euler o de Venn. Brotan del punto de partida. Son pinturas, representaciones fieles de contenedores. Están muy próximos a nuestros conceptos espaciales primitivos, a nuestras primeras inferencias inconscientes, a lo primero que entendimos y aprendimos. Si repasamos nuestra historia, la historia de nuestro pensamiento, a la luz de los hallazgos de los científicos cognitivos,

encontraremos en primer lugar la Lógica Espacial. Y la aventura de la Lógica comenzó con la Lógica Espacial.

BIBLIOGRAFÍA SELECCIONADA:

ALLWOOD, J. & GARDENFORS, P. (eds.) (1999): Cognitive Semantics: Meaning and Cognition. London. John Benjamins Pub. Co.

-BLOOR, D. (1991) Knowledge and Social Imagery. Chicago. University of Chicago Press.

-BRAINE, M.D.S. & RUMAIN, B. (1983) "Logical Reasoning". En P.H. MUSSEN (Series Ed.): Handbook of child psychology: Vol. III. Cognitive Development. New York. Wiley.

-CHURCHLAND, P.S. (1995) The Engine of Reason, the Seat of the Soul: A Philosophical Journey into the Brain. Cambridge. MIT Press.

-CLARK, A. (1997) Being There: Putting Brain, Body and World Together Again. Cambridge. MIT Press.

-DAMASIO, A. (1994) Descartes's Error. Emotion, Reason and the Human Brain. New York. G.P. Putnam's Sons.

-DINSMORE, J. (1991) Partitioned Representations. Dordrecht. Kluwer.

-EDELMAN, G.M. (1990) Bright Air, Brilliant Fire: On the Matter of the Mind. New York. Basic Books.

-FAUCONNIER, G. (1994) Mental Spaces: Aspects of Meaning Construction in Natural Language. New York. Cambridge U.P.

-FAUCONNIER, G. (1997) Mappings in Thought and Language. Cambridge. Cambridge U.P.

-FAUCONNIER, G. & SWEETSER, E. (1996) Spaces, Worlds and Grammar. Chicago. University of Chicago Press.

-FAUCONNIER, G. & TURNER, M. (1998) Conceptual Integration Networks. Cognitive Science. 22 (2), 133-187.

- GIBBS, R.W., Jr. (1994) *The Poetics of Mind: Figurative Thought, Language and Understanding*. Cambridge. Cambridge U.P.
- HOFSTADTER, D. (1995) *Fluid Concepts and Creative Analogies*. New York. Basic Books.
- HOLYOAK, K. & THAGARD, P. (1994) *Mental Leaps: Analogy in Creative Thought*. Cambridge, Mass. MIT Press.
- HUTCHINS, E. (1995) *Cognition in the Wild*. Cambridge, Mass. MIT Press.
- INDURKHYA, B. (1992) *Metaphor and Cognition: An interactionist approach*. Dordrecht. Kluwer.
- J.P. KOENIG (ED.) (1998) *Discourse and Cognition: Bridging the Gap*. Stanford. CSLI.
- LAKOFF, G. (1987) *Women, Fire and Dangerous Things: What the Categories Reveal about the Mind*. Chicago. University of Chicago Press.
- LAKOFF, G. & TURNER, M. (1989) *More than Cool Reason: A Field Guide to Poetic Metaphor*. Chicago. University of Chicago Press.
- LAKOFF, G. & JOHNSON, M. (1999) *Philosophy in the Flesh*. New York. Basic Books.
- LAKOFF, G. & NÚÑEZ, R.E. (2000) *Where Mathematics comes from*. New York. Basic Books.
- LANGACKER, R. (1987/91) *Foundations of Cognitive Grammar* . (Vols. I y II). Stanford. Stanford Univ. Press.
- MANDLER, J.M. (1992) "How to build a baby II: Conceptual primitives". *Psychological Review*, 99; 587-604.
- NÚÑEZ, R. & W.J. FREEMAN (eds.) (1999) *Reclaiming Cognition: The Primacy of Action, Intention and Emotion*. Thorverton, U.K. Imprint Academic.
- ORTONY, A. (ed.) (1993) *Metaphor and Thought*. Cambridge. Cambridge U.P.(2ªed.)

-PFEIFER, R. & C. SCHEIER (1999) Understanding Intelligence. Cambridge, Mass. MIT Press.

-REGIER, T. (1996) The Human Semantic Potential: Spatial Language and Constrained Connectionism. Cambridge, Mass. MIT Press.

-SWEETSER, E. (1990) From etymology to pragmatics: the mind-as-body metaphor in Semantic structure and semantic change. Cambridge. Cambridge U.P.

-SWEETSER, E. (1997) Mental Spaces and Cognitive Linguistics: A Cognitively Realistic Approach to Compositionality. Fifth International Cognitive Linguistics Conference.

-TALMY, L. (2000) Toward a Cognitive Linguistics. Cambridge. MIT Press.

-TALMY, L. & M. GARRET (eds.) (1996) Language and Space. Cambridge, Mass. MIT Press.

-TOMASELLO, M. (2000) The Cultural Origins of Human Cognition. New York. Harvard University Press.

-TURNER, M. (1996) The Literary Mind. New York. Oxford University Press.

-VAN HOEK, K. (1997) Anaphora and Conceptual Structure. Chicago. The University Of Chicago Press.

-VARELA, F., THOMPSON, E. & ROSCH, E. (1991) The Embodied Mind: Cognitive Science and Human Experience. Cambridge, Mass. MIT Press.