

Capítulo 16

Sistemas Deductivos Etiquetados

16.1. Introducción

Gabbay se propone demostrar que la lógica clásica puede usarse como sistema universal, al menos desde el punto de vista de la teoría de la prueba: existe un algoritmo que traduce *casi* cualquier lógica a lógica clásica.

Considera que la única forma de responder de forma convincente a la cuestión sobre la universalidad de la lógica clásica es investigar cuidadosamente cómo actúa y cuáles pudieran ser los procedimientos de traducción. Su conclusión es que aunque sea ésta —incluyendo claramente en ella a la multivariada, y planteándose si también hacerlo con la de segundo orden— matemáticamente adecuada, queda por resolver si es “*natural*” y si los mecanismos de razonamiento se adaptan bien a los campos respectivos. Su consejo es usar lógicas especializadas para mantenerse próximo a las aplicaciones, pero sacrificarlas desde el punto de vista computacional y usar la maquinaria clásica para el “*trabajo pesado*”. Hay también un compromiso con el razonamiento híbrido, que resulta de la combinación de lógicas.

Pese al conservadurismo que podría sugerir esta declaración de principios, lo que hace es construir un marco lógico más flexible y próximo a las áreas de aplicación, investigando primero las necesidades que dichas aplicaciones suscitan. Olvidando el tema de la comparación entre lógica clásica y no clásica, desarrolla una lógica nueva, que según él aúna las ventajas de la lógica clásica y de la no-clásica.

A partir de una serie de “*experiencias de laboratorio*”, desarrolla un sistema mejor. Este sistema se traduce a lógica clásica y su traducción preserva, hasta cierto punto la *naturalidad*. Gabbay considera que para poder presentar a la lógica clásica dentro de una pluralidad de lógicas necesitamos una noción de *qué es la lógica* muy amplia, completamente general. Para ello propone el sistema de los *LDS* y muestra cómo unifica y sirve de marco para otras lógicas,

especialmente cómo se resuelve para el caso del *cálculo Lambeck* y para la *lógica temporal*.

Su idea más revolucionaria es que la diferencia entre sistemas reside en el metalenguaje: la mayor parte de las lógicas están basadas en *modus ponens*, las reglas de cuantificadores son las mismas; así que se distinguen en ciertos aspectos de su teoría de la prueba o de su semántica que se establecen desde fuera. Si se encontrase una lógica en la que las peculiaridades metalingüísticas se cifrasen en el lenguaje objeto —para ser recogidos en un cálculo— podríamos razonablemente esperar que ésta fuese un *marco general*. El que aparentemente mejor resuelve los problemas planteados es el de los sistemas deductivos etiquetados, *LDS*.

Para apoyar su argumento se propone hacer dos cosas:

1. Mostrar que *casi* cualquier sistema lógico puede presentarse de forma natural como *LDS*.
2. *LDS* se traduce a lógica clásica de forma *natural*.

¿Es de calidad la traducción?

Una posible objeción es la siguiente, la propia lógica clásica se traduce tanto a lógica intuicionista, como a lógica lineal; incluso a modal. ¿Por qué preferimos la clásica?

La fuerza del argumento descansa en los resultados siguientes:

- *Casi* cualquier lógica puede traducirse a lógica clásica
- Algunas lógicas poseen requisitos funcionales que reciben mejor tratamiento al ser traducidas
- Algunos de estos requisitos sólo se explicitan al ser traducidos

Resumen 401 *La motivación de Gabbay al crear los **Sistemas Deductivos Etiquetados (LDS)** era la de encontrar un concepto de lógica que permitiera el paso de un sistema lógico a otro de forma natural y siguiera patrones predefinidos de variación. Se trataría de establecer un marco en el que los aspectos computacionales de la lógica fueran lo relevante, así como de dar cuenta de las diferentes técnicas de la tradición lógica de forma simple y global.*

16.2. ¿Qué es un Sistema Lógico?

Gabbay empieza proponiendo una respuesta simple, que se va concretando, enriqueciendo y detallando. Para comenzar, un sistema lógico es una relación de consecuencia entre conjuntos de fórmulas. Por ello podemos entender toda relación entre conjuntos de fórmulas de la forma $\Delta \vdash \Gamma$ que se defina matemáticamente y que satisfaga los requisitos de reflexividad, monotonía y corte. Sus pares se pueden generar semánticamente, de manera conjuntista o mediante un algoritmo.

Para esto último hay distintas opciones: podemos generar primero el conjunto de los teoremas lógicos $\{A \mid \emptyset \vdash A\}$ mediante un procedimiento axiomático (por ejemplo, en el cálculo de Hilbert) y a partir de ellos el de los pares de la relación \vdash . También podemos generar directamente los pares de la relación; es decir, todos los de la forma

$$\{\langle \Delta, \Gamma \rangle \mid \Delta \vdash \Gamma\}$$

mediante un cálculo tipo Gentzen. O utilizar cualquier otro procedimiento de prueba.

Como punto de partida propone una definición provisional, para la que concreta los apartados siguientes¹: (1) Un lenguaje formal L , (2) La relación de consecuencia $\Delta \vdash \Gamma$ y (2) Una semántica para L .

Un sistema deductivo S_{\vdash} no es otra cosa que un modo de generar \vdash .

Puesto que Gabbay concede especial importancia al procedimiento deductivo, una lógica no viene determinada simplemente por la relación \vdash sino que se precisa entender también su peculiar modo de obtención de los pares de la relación de consecuencia; así podríamos definir una lógica como un par: $\langle \vdash, S_{\vdash} \rangle$

El paso siguiente se da al observar que el razonamiento humano no es estático, que agrega continuamente nuevos argumentos y que tampoco es monotónico. Ello le lleva a elaborar su primera idea de un sistema deductivo etiquetado, concebido como marco en el que desarrollar lógicas. Se separa claramente del planteamiento tradicional cuando permite que los argumentos se sumen; esto se puede hacer en los *LDS*. Ahora se podría definir

$$\text{Lógica} = \text{LDS} + \text{ciertos mecanismos}$$

Sistema Lógico como Relación de Consecuencia

Para definir un sistema lógico se introduce su lenguaje L ; es decir, su alfabeto, sus reglas de formación de fórmulas y como resultado de ello, el conjunto de sus fórmulas. A continuación se pasa a definir la relación de consecuencia de esa lógica, usando la notación

$$\Delta \vdash_L Q$$

para indicar que " Q se sigue de Δ en la lógica L ".

De acuerdo con lo anteriormente planteado, la relación de consecuencia cumple:

1. $\Delta \vdash Q$, si $Q \in \Delta$ —reflexividad—
2. $\Delta \vdash Q \implies \Delta, \Delta' \vdash Q$ —monotonía—
3. $\Delta \vdash A$; $\Delta, A \vdash Q \implies \Delta \vdash Q$ —corte—

¹Se expuso con algo más de detalle en la página 329.

La relación de consecuencia se puede definir explícitamente —es decir, mediante un sistema algorítmico, S_{\sim} — o implícitamente —enunciando como postulados las propiedades que debe cumplir \sim —

Si pensamos que Δ es una base de datos y Q una pregunta, entonces la reflexividad se interpreta diciendo que se obtiene respuesta a toda pregunta cuya solución esté en la base de datos. Monotonía indica acumulación de información y la regla del corte indica que se pueden usar lemas intermedios.

Tomando a Q como conjunto, lo anterior se generaliza así:

1. $\Delta \sim \Gamma$, si $\Delta \cap \Gamma \neq \emptyset$ —reflexividad—
2. $\Delta \sim \Gamma \implies \Delta, \Delta' \sim \Gamma$ —monotonía—
3. $\Delta \sim A$; $\Delta, A \sim \Gamma \implies \Delta \sim \Gamma$ —corte—

Puesto que estas nociones son monotónicas y la *IA* abandona este principio, muchos de los sistemas sólo coinciden en reflexividad restringida; es decir, en la regla $A \sim A$. También, en ocasiones, se restringe la monotonía

$$\frac{\Delta \sim A ; \Delta \sim B}{\Delta, A \sim B}$$

Sistemas Lógicos como *LDS*

Una lógica se había definido como un par $\langle \sim, S_{\sim} \rangle$ donde \sim es una relación de consecuencia estructurada —pudiera no ser monotónica, pero cumple alguna versión restringida de identidad y de corte— sobre un lenguaje L ; S_{\sim} es ahora un *LDS*.

Un sistema *LDS* es una tripla ordenada, $\langle L, A, M \rangle$, donde L es un lenguaje lógico, A es un álgebra de etiquetas y M es la disciplina de etiquetado de fórmulas de la lógica. Contiene dos tipos de reglas: las de deducción y las de distribución y propagación de etiquetas.

Ejemplo 402 L : lenguaje de primer orden, lógica clásica. A : etiquetas generadas con las constantes y variables del lenguaje usando funtores (por ejemplo, $t_1(y)$, $t_2(x, y)$, etc). Las fórmulas y las etiquetas comparten variables. Se forma con ambas las **unidades declarativas** que son de la forma $t_1(y) : \exists x A(x, y)$, $t_1(a) : \exists x A(x, a)$

16.3. Lenguaje de *LDS*

La definición precisa de estos sistemas deductivos etiquetados es como sigue:

Definición 403 Partimos de un lenguaje de primer orden, cuyos signos peculiares constituyen la familia $A = \langle A, R_1, \dots, R_k, f_1, \dots, f_m \rangle$ donde A es el conjunto de términos del álgebra, que incluye variables y constantes; cada R_i es un relator i -ario y cada f_j es un functor j -ario. Los elementos de A son

etiquetas atómicas, con los funtores se generan más etiquetas y los relatores les otorgan una cierta estructura.

Un **diagrama** de etiquetas es un conjunto M que contiene los elementos generados a partir de A usando funtores y las fórmulas atómicas $\pm R(t_1, \dots, t_k)$, donde cada $t_i \in M$ y el relator R es del álgebra

Sea L un lenguaje de primer orden que contiene las conectivas $\#_1, \dots, \#_n$ de diferentes ariedades, con cuantificadores y con los mismos términos atómicos que el álgebra.

Definimos los conceptos de *unidad declarativa*, *base de datos* y *etiqueta* así:

Definición 404 Etiquetas: Atómicas, $t \in A$. De forma general todas las que se forman recursivamente a partir de A usando los funtores f_1, \dots, f_m .

Fórmulas: las fórmulas de L

Unidad declarativa: es un par de la forma $t : B$ donde t es una etiqueta y B es una fórmula.

Base de datos: Son unidades declarativas o de la forma $\langle a, M, \mathbf{f} \rangle$ donde M es un diagrama finito; $a \in M$ es una etiqueta singularizada y \mathbf{f} asocia a cada etiqueta t de M o bien una base de datos o un conjunto finito de fórmulas. (Esta cláusula es recursiva. Una base de datos simple se obtiene siempre que la función \mathbf{f} asocie a cada etiqueta un conjunto finito de fórmulas.)

Una vez definido LDS se pasa a justificar su adecuación como “*lingua franca*”, lo que hemos venido llamando *marco unificador*.

¿Qué es un marco unificador? Como ya dije, hay reducciones que no reciben tal consideración. Ciertamente toda lógica puede ser simulada mediante una máquina de Turing. ¿Vale esto como marco unificador? En nuestro caso, ¿usamos las etiquetas para que emulen máquinas de Turing? La respuesta es que aunque se trate de características del metalenguaje, las etiquetas no actúan en ese nivel, lo hacen directamente sobre el lenguaje objeto. Además, hay varias restricciones sobre el uso de LDS . En especial:

1. Sólo se usan reglas de inferencia clásicas: *modus ponens* y una versión del *teorema de la deducción*.
2. La distribución de etiquetas obedece reglas fijadas para toda lógica, pero aunque el formato sea fijo, permite variaciones de detalle que hacen que incluso la regla de *modus ponens* se restrinja para ciertas lógicas.
3. Las variaciones entre lógicas que se producen en el metalenguaje aquí se expresan en el lenguaje objeto, en el mecanismo de etiquetado.

Resumen 405 Un sistema LDS es una tripla ordenada,

$$\langle L, A, M \rangle$$

donde L es un lenguaje lógico, A es un álgebra de etiquetas y M es la disciplina de etiquetado de fórmulas de la lógica. Contiene dos tipos de reglas: las

de deducción y las de distribución y propagación de etiquetas. **LDS** supone también el concepto de **base de datos**. Las unidades declarativas están formadas por fórmulas y etiquetas; estas últimas aportan información extra sobre la fórmula que no está codificado en ella. De hecho, las etiquetas funcionan como un sistema de control de las manipulaciones simbólicas a las que sometemos a las fórmulas en un proceso deductivo; guardan memoria de lo acontecido en el mismo. Las fórmulas etiquetadas aparecen en bases de datos que, a su vez, pueden estar etiquetadas, lo que permite que puedan intervenir en el proceso deductivo. Las bases de datos pueden representar varias cosas: por ejemplo, un supuesto transitorio utilizado en una inferencia del cálculo de deducción natural para lógica clásica, o los mundos de la lógica modal o los estados de una máquina en lógica lineal, etc. El uso reglado de las etiquetas y lo que en ellas hayamos cifrado distingue a una lógica de otra.

16.4. Demostraciones en LDS

En *LDS* se sustituye el concepto de prueba tradicional

$$B_1, \dots, B_n \vdash C$$

por el de prueba de fórmulas con etiquetas

$$t_1 : B_1, \dots, t_n : B_n \vdash s : C$$

Mientras que en la lógica tradicional las reglas de deducción se definen para fórmulas, en *LDS* se toman en consideración tanto ellas como sus etiquetas. Tenemos reglas para manipular las etiquetas, de forma que es ahí, en el álgebra de las etiquetas en donde residen las características del metalenguaje responsables de las diferencias entre lógicas; las reglas de las fórmulas se reflejan en el lenguaje objeto.

Ahora caracterizamos a un sistema lógico como a un par $\langle \vdash, LDS_{\vdash} \rangle$ donde \vdash es una relación de consecuencia entre Δ , una base de datos etiquetada y unidades declarativas $t : A$ y LDS_{\vdash} es un sistema algorítmico para calcular la relación anterior.

Retorno a la lógica original

Antes hablábamos de que un sistema lógico es un par $\langle \vdash, S_{\vdash} \rangle$ donde \vdash es una relación de consecuencia que verifica Identidad y corte *quirúrgico* y S_{\vdash} un algoritmo para calcularlo. Ahora se ha reelaborado el concepto, se han introducido los sistemas deductivos etiquetados, ¿Cómo rescatamos el concepto antiguo $\langle \vdash, S_{\vdash} \rangle$ a partir del nuevo $\langle \vdash, LDS_{\vdash} \rangle$? Es decir, debemos ahora añadir a nuestro sistema *LDS* la posibilidad de eliminar las etiquetas; a este proceso le denominamos *compresión*.

Ejemplo 406 (*Lógica lineal y de la relevancia*). Considerad un lenguaje proposicional que sólo contiene el signo \rightarrow Como regla tenemos modus ponens MP y

deducción TD. Tenemos un conjunto de etiquetas: $\{a_1, a_2, \dots\}$. Desde el punto de vista de un probador de teoremas, la regla de modus ponens no deja de ser del lenguaje objeto. Por lo tanto, una demostración de

$$\vdash (B \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B))$$

podría hacerse de esta forma:

supongamos que $a_1 : B \rightarrow A$ y demuestra que $((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B))$. Asume que $a_2 : A \rightarrow B$ y demuestra que $A \rightarrow B$. Asume que $a_3 : A$ y demuestra que B . El problema se plantea así:

Supuestos

- 1.- $a_1 : B \rightarrow A$
- 2.- $a_2 : A \rightarrow B$
- 3.- $a_3 : A$

Deducción

- | | | | |
|-----|---|------|-----------|
| 4.- | $a_2 a_3 : B$ | MP | 2 y 3 |
| 5.- | $a_1 a_2 a_3 : A$ | MP | 4 y 1 |
| 6.- | $a_2 a_1 a_2 a_3 : B$ | MP | 5 y 2 |
| 7.- | $a_2 a_1 a_2 : A \rightarrow B$ | TD | 3 y 6 |
| 8.- | $a_2 a_1 : (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$ | TD | 2 y 7 |
| 9.- | $a_2 : (B \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B))$ | TD | 8 y 1 |

16.5. Semántica

No se puede concluir sin mencionar al menos la semántica. El punto de vista tradicional, tanto para la clásica como para la intuicionista o la modal, es introducir el concepto de clase de modelos y el de evaluación de las fórmulas. Es decir, tenemos una clase \mathfrak{M} de modelos y definimos $m \Vdash A$ para cada modelo $m \in \mathfrak{M}$ (validez de A en \mathfrak{M}). Si no entramos en el detalle de los modelos ni de cómo se evalúan las fórmulas, lo único que podemos decir es que con cada m se asocia una función que a cada fórmula le asigna un valor en el conjunto $\{F, V\}$. Decimos que una lógica \vdash es completa respecto de una clase \mathfrak{M} de modelos si se verifica lo siguiente:

$$A \vdash B \text{ sys } \text{ para cada } m \in \mathfrak{M} : (m \Vdash A \implies m \Vdash B)$$

La semántica de Gabbay, por el contrario, se incluye en los propios mecanismos de LDS y pasa a formar parte de la sintaxis. Esto se puede hacer de forma simple en el caso de la lógica modal, donde las etiquetas denotan mundos posibles y las reglas reflejan la semántica de las fórmulas. Esto lo vimos claramente en el cálculo modal de tableaux en la sección 8.8, por estar más pegado a la semántica de las fórmulas.

¿Qué se necesita para establecer de manera meramente sintáctica las características de la semántica? ¿Qué reemplazará a los modelos, a las interpretaciones, al propio concepto de completud?

Definición 407 Semántica sintáctica. Sea \vdash una relación de consecuencia y sea \mathfrak{R} una clase de relaciones de consecuencia, no necesariamente en el

mismo lenguaje. Para cada $\models^* \in \mathfrak{K}$ sea k_{\models^*} una interpretación de \models en \models^* . Esto incluye un **mapa** que traduce el lenguaje propio de \models al de \models^* que además es un homomorfismo; es decir se cumple

$$A \models B \text{ implica } A^* \models^* B^* \text{ (aquí } A^* \text{ es } k_{\models^*}(A) \text{ y lo mismo } B^*)$$

Decimos que \models es completa para $\langle \mathfrak{K}, k \rangle$ syss para cada $\models^* \in \mathfrak{K}$, $A^* \models^* B^*$

Ejemplo 408 Las siguientes pueden considerarse interpretaciones semánticas en el sentido de Gabbay

1. La interpretación de Boolos y Solovay de la lógica modal G (incluye el axioma de Löb) donde $\Box A$ significa “ A es demostrable en la aritmética”
2. La interpretación de la lógica modal en la clásica

Para justificar y motivar su semántica Gabbay presenta a la tradicional de esta forma.

Definición 409 Sea L un lenguaje proposicional; por ejemplo, modal con \Box o intuicionista con \rightarrow .

1. Un modelo adecuado a L es una función \mathbf{s} que asigna un valor en $\{F, V\}$ a cada fórmula de L
2. Una semántica \mathfrak{S} es una clase de modelos
3. Sea Δ un conjunto de fórmulas y A una fórmula. Decimos que $\Delta \vDash_{\mathfrak{S}} A$ syss para cada $\mathbf{s} \in \mathfrak{S}$: si $\mathbf{s}(B) = V$ para cada $B \in \Delta$ entonces $\mathbf{s}(A) = V$

Gabbay afirma que este concepto de semántica es suficiente para caracterizar cualquier relación de consecuencia \models entre conjuntos de fórmulas Δ (puede ser \emptyset) y cualquier fórmula A que satisfaga reflexividad, monotonicidad y corte. Por consiguiente, para cada \models existe un \mathfrak{S} tal que \models equivale a $\vDash_{\mathfrak{S}}$.

A la semántica \mathfrak{S} se le puede proporcionar más estructura, siempre en función de sus conectivas. Por ejemplo, se puede usar una relación binaria definida así:

$$\mathbf{t} \leq \mathbf{s} \text{ syss para cada } A : \mathbf{t}(A) \leq \mathbf{s}(A)$$

Se pueden definir otras relaciones sobre \mathfrak{S} ; por ejemplo, para la lógica modal definimos:

$$\langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle \in R \text{ syss para cada } \Box A \text{ de } L : \mathbf{t}(\Box A) = V \implies \mathbf{s}(\Box A) = V$$

O se pueden postular conexiones entre valores,

$$t(\Box A) = V \text{ syss } \forall \mathbf{s} (\langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle \in R \implies \mathbf{s}(A) = V)$$

Para la lógica intuicionista se introduce la siguiente condición:

$$\mathbf{t}(A \rightarrow B) = V \text{ syss } \forall \mathbf{s} (\mathbf{t} \leq \mathbf{s} \ \& \ \mathbf{s}(A) = V \implies \mathbf{s}(B) = V)$$

La naturaleza de lo que está sucediendo aquí se explica muy bien usando la traducción a la lógica clásica, que veremos en la siguiente sección.

Conclusión 410 *Finaliza Gabbay su presentación de los **LDS** comparándola con la lógica clásica: el camino entre ambas es de ida y vuelta.*

- *Todo sistema **LDS** se puede traducir a la lógica clásica bivariada. Una de las variedades lo será para el álgebra de etiquetas. La traducción de $t : A$ es $A^*(t)$. Este es exactamente el procedimiento que seguimos en la traducción de la lógica modal. De esta forma el apoyo de la tesis de la universalidad de la lógica clásica viene dado por la generalidad de **LDS** y su papel unificador; no se necesita, según Gabbay, una interpretación semántica de la traducción. La elección del álgebra de etiquetas para representar a la lógica fue aquí lo verdaderamente determinante.*
- *Es interesante señalar que a su vez la lógica clásica puede presentarse como un **LDS** de forma no trivial. Tomad un predicado cualquiera de la lógica clásica; por ejemplo, $Q(x, y, z)$ e imaginad una teoría clásica T para él. Puede que al examinar los modelos en sentido clásico de T encontremos ciertas regularidades, algunos elementos destacados que nos permitan describir mejor Q . Nos puede ayudar escribir $x : Q^*(y, z)$ en vez de $Q(x, y, z)$ y establecer así semánticamente esta estructura. Este proceso es el inverso del de traducción y lo que interesa es hacer hincapié en las propiedades semánticas de x . Las x -etiquetas se manipularán separadamente, siguiendo los dictados de la teoría de modelos y el resultado podría ser una nueva teoría de la demostración para T más explícita. Esto significaría una reformulación de T desde **LDS**.*

Termina diciendo que podemos prescindir de la semántica entendida en los términos de la teoría de modelos. Según su criterio, puede ser sustituida por una correcta traducción. Dados dos sistemas L_1 y L_2 decimos que L_2 puede ser usado como semántica para L_1 si el último puede ser traducido correctamente a L_2 . De esta forma lo que correspondería a un teorema de completud sería el teorema de adecuación de la traducción (nuestro teorema 13.4.1)

Semánticas de esta guisa se han dado en la historia de la lógica; la ya mencionada interpretación de Boolos de la lógica modal G en la aritmética de Peano y todas las *semánticas operacionales* que se usan en informática teórica.

Bibliografía

- [1] Gabbay, D. [1996]. *Labelled Deductive Systems; principles and applications*. Vol 1: Introduction. Oxford Logic Guides, Vol. 33, Oxford University Press, Oxford. U.K.
- [2] Gabbay, D. *Labelled Deductive Systems; principles and applications*. Vol 2: Further Developments. Oxford University Press. In preparation.
- [3] Gabbay, D. [1986] “*What is Negation in a System?*”. En F. R. Drake and J. K. Truss, editors, Logic Colloquium '86, Elsevier Science Publishers (North Holland)
- [4] Gabbay, D. [1993]. “*General Theory of Structured Consequence Relations*”. En P. Schroeder-Heister and K. Dosen, editors, *Substructural Logics*, Studies in Logic and Computation Series, Oxford University Press. Oxford. U.K.
- [5] Gabbay, D. [1993]. “*Labelled Deductive Systems and Situation Theory*”. En P. Aczel, D. Israel, Y. Katagin, and S. Peters, editors, *Situation Theory and Applications*, Vol. 3, CSLI.
- [6] Gabbay, D. [1994]. “*What is a Logical System?*” En D. Gabbay, editor, *What is a Logical System?*, Oxford University Press. Oxford. U.K.
- [7] Gabbay, D. [1994]. “*Classical vs. Non-classical Logic*”. En D. Gabbay, C. J. Hogger, J. A. Robinson, and J. Siekmann, editores, *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, Vol. 2, Oxford University Press. Oxford. U.K.

