

Capítulo 12

EL DEBATE

La comparación entre lógicas requiere una cierta caracterización de las mismas y un posicionamiento respecto a la siguiente cuestión:

¿Es la lógica clásica un sistema lógico universal, adecuado para ser utilizado en todas las áreas en las que se aplica la lógica?

Los argumentos a favor y en contra del uso de la clásica frente a otras lógicas no clásicas son frecuentes en la historia de esta disciplina; e incluso el trazar fronteras y desterrar a una gran parte de los sistemas que extienden o se oponen a la de primer orden porque no son *lógica* fue durante años cosa corriente. La diversidad de lógicas existentes y la flexibilidad y amplitud de miras de los teóricos de la lógica actuales hacen que hoy no se conciba una postura semejante. Es interesante a este respecto la lectura del libro que en 1994 editó Gabbay [15], en el que destacados especialistas se enfrentan a *la pregunta*.

12.1. ¿Qué es un sistema lógico?

Obsérvese que ya no nos interrogamos ‘¿qué es “la” lógica?’ sino que utilizamos el artículo indefinido.

¿Debemos empezar por definirlo?

El concepto que se tome debería considerar, al menos en principio, la multiplicidad de lógicas que se usan en aplicaciones en *I.A* y en software, así como las empleadas en filosofía, matemáticas y lingüística.

Como todos sabemos, el estudio de la lógica se remonta a los filósofos griegos¹ —aunque no se denominó así hasta cinco siglos más tarde— que la concebían como el campo de investigación en el que se proporcionan los patrones o estrategias —*tópoi*— que pueden desarrollarse en el curso de una buena argumentación competitiva. Puesto que la mejor y más honesta manera de triunfar en una controversia es proporcionar una argumentación correcta, el interés práctico conduce al teórico, investigándose la inferencia válida. En los *Tópicos*, que se ocupan del razonamiento dialéctico, se recogen consideraciones no sólo lógicas,

¹ Aristóteles [322 a.C]. *Organon*. (Recopilación de sus enseñanzas, hecha a su muerte)

sino también psicológicas y lingüísticas. Este razonamiento se caracteriza por el uso de *entimemas* —esto es, silogismos cuyas premisas son sólo probables— a diferencia del razonamiento *apodíctico* que toma premisas verdaderas y ciertas. En las *Categorías* se tipifican los predicados y los términos, creando así una ontología que se debate constantemente entre *las palabras y las cosas*.

En la página 4 expusimos nuestro punto de vista según el cual la lógica es el soporte de la creación, distribución y asimilación de la información y en la página 10 indicamos que es el fundamento teórico de la informática. En el comentario 1 ya avanzamos que durante el siglo XX la lógica se ha extendido y diversificado, abarcando casi todos los contextos gobernados por reglas, y de ello hemos tenido constancia en los capítulos precedentes.

12.1.1. Lógica dinámica

Hay un interés creciente por la estructura lógica de las acciones cognitivas que subyacen al razonamiento humano: La lógica tradicional se ocupaba del resultado de dichas acciones; esto es, de las proposiciones, los argumentos y las pruebas. Ahora también se estudian los mecanismos de la transmisión de la información. A este respecto el libro de Johan van Benthem [8] que investiga la lógica de la transmisión de la información resulta especialmente fecundo.

En los años setenta se creó la lógica dinámica de programas [14]. Vimos en el capítulo 9, dedicado a ella², que extendía a la modal siendo no sólo multimodal, sino que permitía que las modalidades se combinaran para formar nuevas. Se inspiraba en ella haciendo que cada programa se comportase como una relación de accesibilidad sobre un universo de estados —que aquí representan a los estados de un ordenador; esto es, a sus registros de memoria—; la intuición es que un programa es un objeto dinámico capaz de transportar al ordenador de un estado a otro, de manera tal que refleje la forma en que como resultado de la ejecución de un programa cambia el valor de verdad de los enunciados a ellos asociados. Mediante composición, unión o clausura reflexiva y transitiva se generan programas nuevos. Vimos en la sección 8.4.1 que los axiomas de cada lógica modal tratan de captar las propiedades de la relación de accesibilidad que les es propia —esto es, reflexiva en T , transitiva en 4 , etc.— mientras que los de la lógica de programas expresan las propiedades de las operaciones entre programas.

Inspirada en la lógica dinámica de programas, nace la nueva lógica dinámica; aquí el paso de un estado a otro se produce mediante obtención de información. Los estados cognitivos están ordenados mediante inclusión $\subseteq$ de contenido informativo y entre las operaciones fundamentales se encuentran

1. *actualización de datos*: $up(P)$

$$\lambda xy (x \subseteq y \wedge Py)$$

²La mejor presentación es la de Harel [22] y mi libro favorito el de Goldblatt [20].

2. *actualización minimal de datos*: $\mu - up(P)$

$$\lambda xy (x \subseteq y \wedge Py \wedge \neg \exists z (x \subset z \subset y \wedge Pz))$$

3. *descargar datos*: $down(P)$

$$\lambda xy (x \supseteq y \wedge Py)$$

4. *posibilidad*: $poss(P)$

$$\lambda x (\exists y (x \subseteq y \wedge Py))$$

¿Hemos de incluir a esta nueva lógica dinámica?

¿No tendrá una arquitectura excesivamente compleja, difícil de vertebrar mediante una definición?

¿No corremos el riesgo de tener que dar una respuesta tan abstracta a la pregunta sobre la naturaleza de los sistemas lógicos que deje de ser operativa?

12.1.2. Lógica y teoría de juegos

Pero además, la argumentación puede entenderse como un *juego* cuyas reglas determinan la comunicación civilizada entre los individuos y la toma de decisiones. Los juegos formaron parte de la lógica en la antigüedad. La idea intuitiva —presente en la *Retórica* de Aristóteles— es que la validez recoge las estrategias ganadoras en el debate. En lógica se dio más importancia a la teoría de la prueba y a la consecuencia semántica, siendo justamente en este último contexto donde se utilizaron juegos para construir y comparar modelos [23]. Sin embargo en los últimos años han aparecido estudios sobre juegos lógicos [13], relacionándolos con la teoría de juegos de la que se sirve la economía, y se está desarrollando una teoría general de la teoría de juegos ³.

¿Incluimos a la lógica de la teoría de juegos aquí?

12.1.3. Lógica con diagramas

Centrándonos en el razonamiento clásico de las matemáticas, habida cuenta de lo útiles que resultan los diagramas para la resolución de problemas varios, podemos investigar las reglas del razonamiento visual.

¿Hay una lógica visual, diagramática?

Ya Euler, Venn y Peirce advirtieron la importancia que tienen los diagramas en las pruebas matemáticas. Su valor didáctico no se puso nunca en duda: los profesores de lógica somos conscientes de lo útiles que son, por ejemplo, los diagramas de Venn en teoría de conjuntos y en lógica de predicados monarios; o de la diferencia en cuanto al aprendizaje se refiere entre los cálculos de árboles y los lineales. Algunos lógicos y matemáticos —entre ellos, Barwise y Etchemendy— han estado trabajando en un modelo de inferencia que sea capaz de incorporar

³Me consta que Johan van Benthem está escribiendo un libro sobre este tema.

una explicación del razonamiento válido a partir de representaciones no lingüísticas., creando así una lógica heterogénea en la cual se incluyen sistemas de representación diversos [7]. En muchos casos los razonamientos diagramáticos no actúan como meras comparsas pues sustituyen con ventaja a los lingüísticos, probándose para ellos teoremas de completud y corrección. Ello requiere que su presentación como cálculo deductivo sea matemáticamente impecable, con el rigor, precisión y falta de ambigüedad que exigimos a cualquier cálculo lógico. Es interesante a este respecto el libro que en 1996 escribieron Barwise y Allwein [6].

¿Hemos de incluir el razonamiento heterogéneo?, ¿El exclusivamente diagramático?

12.1.4. Programa de investigación

Si nos limitamos al estudio de los sistemas lógicos existentes, nuestra respuesta sobre la naturaleza de la lógica se torna contingente, haciéndose dependiente de los avatares históricos que produjeron como fruto los sistemas lógicos que tenemos hoy. Y puesto que la creación de otros nuevos no cesa, debemos realizar un corte temporal y nuestra respuesta será perecedera; pero ya sabemos que el dilema *diacronía/sincronía* se plantea en todos los ámbitos y que el historicismo no fue nunca popular entre los lógicos. Una posibilidad es la siguiente: En vez de estudiar los sistemas lógicos existentes para determinar donde reside la “*lógicidad*”, podemos estudiarlos procurando desentrañar qué se intentaba resolver con ellos⁴; confiando en que se halle en las preguntas planteadas, que no en las respuestas. Si se encontrase una *invariante lógica*, común a los casos en estudio, tal vez pudiéramos avanzar una respuesta: proponer unos *universales lógicos*. La solución obtenida por esta vía tendría la ventaja de abarcar más posibilidades y de señalar los huecos existentes; esto es, las necesidades que pudieran ser cubiertas mediante nuevos sistemas lógicos. Lo que estoy proponiendo es embarcarse en un programa de investigación que incluye el razonamiento diagramático así como otros posibles razonamientos heterogéneos y de la acción⁵.

Puesto que el proyecto de investigación está aún produciendo resultados nuevos, en lo que sigue dejamos en suspense este trabajo que incluye una definición conceptual de la lógica y pasamos a estudiar la variedad de lo que hay.

12.2. La divergencia entre sistemas lógicos

Por lo que respecta a la comparación de la lógica clásica con otras, lo que hago a continuación es plantearlo en función de los sistemas lógicos existentes,

⁴Esta es la solución propuesta en [6]

⁵Este proyecto está funcionando ya, *Summa Logicae en el siglo XXI*, véase a este respecto su biblioteca digital en

<http://logicae.usal.es>

tomando como referencia la que es hoy comúnmente aceptada [1], [16] y [17], de los que en los capítulos precedentes ofrecimos una muestra significativa.

12.2.1. Definición de sistema lógico

La génesis de una lógica puede ser ésta: del universo matemático $\mathcal{V}$ se seleccionan ciertas estructuras matemáticas o modelos $\mathcal{A}$ de una cierta clase $\mathfrak{M}$, los que queremos estudiar. Para ello se introduce un lenguaje adecuado L y se define el concepto de verdad de una fórmula φ en un modelo, $\mathcal{A} \models \varphi$. Con cada uno se asocia de forma natural el conjunto de todas las fórmulas verdaderas en él $Th(\mathcal{A})$, que tomadas en su conjunto describen con precisión a $\mathcal{A}$; son su exhaustiva caracterización con los recursos que brinda L . Todas las teorías de la clase de estructuras en estudio tienen un núcleo común, el de las fórmulas válidas en todas ellas — VAL — y que, consecuentemente, no describen a ninguna estructura en particular, describen a la lógica misma, *son* la lógica en estudio. Por consiguiente, podemos decir que la lógica es este conjunto VAL , que no es otra cosa que la gran intersección de todas las fórmulas en $Th(\mathcal{A})$, para cada $\mathcal{A} \in \mathfrak{M}$.

$$\bigcap \{Th(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \in \mathfrak{M}\}$$

Frecuentemente, junto a la noción de verdad en un modelo se introduce el de consecuencia semántica de una fórmula a partir de un conjunto de ellas: usamos $\Gamma \models_{\mathfrak{M}} \varphi$ para indicar que todos los modelos $\mathcal{A} \in \mathfrak{M}$ de Γ lo son de φ . Esto es,

$$\forall \mathcal{A} (\mathcal{A} \in \mathfrak{M} \Rightarrow (\forall \gamma (\gamma \in \Gamma \Rightarrow \mathcal{A} \models \gamma) \Rightarrow \mathcal{A} \models \varphi))$$

El concepto semántico de consecuencia puede ser poco operativo, por lo que el paso siguiente suele ser el de intentar reemplazarlo por una réplica sintáctica, computable; esto es, mediante las reglas de un cálculo deductivo diseñadas para generar VAL . Decimos que φ es un teorema lógico —y escribimos $\vdash \varphi$ — cuando dicha fórmula se ha conseguido siguiendo las reglas del cálculo. Por supuesto, el conjunto TEO de todos los teoremas lógicos y el conjunto VAL de las fórmulas válidas deben coincidir para que el objetivo de equivalencia entre sintaxis y semántica se haya cubierto, como hemos visto con detalle para varios sistemas lógicos.

Se ha descrito una lógica con una fuerte componente semántica, al menos en su génesis. Sin embargo, hay casos en los que el procedimiento se invierte y lo que tenemos en primera instancia es un cálculo deductivo: el concepto de consecuencia es sintáctico y la semántica se añade, si acaso, al final. Para permitir un acercamiento neutro al tema, en donde no primen los aspectos sintácticos sobre los semánticos —ni a la inversa— se puede definir un sistema lógico como un conjunto de fórmulas cerrado bajo consecuencia y fijar con precisión este concepto.

Como punto de partida Gabbay [15] propone trabajar con una definición provisional, para la que es preciso concretar:

1. Un lenguaje formal L incluyendo un alfabeto y una definición de fórmula

2. La relación de consecuencia se establece entre conjuntos finitos de fórmulas, exigiéndole que satisfaga los requisitos de reflexividad, monotonía y corte. Puesto que la relación de consecuencia puede alcanzarse tanto sintácticamente como semánticamente —esto es, como deducibilidad $\vdash$ y como $\models$ — en una definición no comprometida con ninguno de estos planteamientos se habla de consecuencia como relación binaria entre conjuntos de fórmulas $\Delta \vdash \Gamma$ ⁶.
3. Dicha relación puede definirse de varias maneras: se pueden listar los pares $\langle \Delta, \Gamma \rangle$ para los que $\Delta \vdash \Gamma$ se verifica, o incluso se pueden proporcionar los pares de conjuntos de fórmulas $\langle \Delta, \Gamma \rangle$ a un programa de un ordenador y esperar la respuesta.
4. Una semántica para L es una interpretación de las fórmulas de L en una familia de estructuras matemáticas que nos permita entender la relación de consecuencia $\vdash$ haciéndola depender de los modelos en los que sean verdaderas. Se puede definir un *modelo* como una función que a cada fórmula le asigna un valor en el conjunto $\{F, V\}$. Es decir,

$$\text{Modelo} : FORM(L) \longrightarrow \{F, V\}$$

Una *semántica*, S , es un conjunto de modelos, junto a la definición de $\Delta \vdash \Gamma$ mediante la condición siguiente

$$\forall s \in S [\forall X \in \Delta (s(X) = V) \rightarrow \exists Y \in \Gamma (s(Y) = V)]$$

5. Hay casos en los que para generar la relación $\vdash$ contamos con procedimientos algorítmicos, que pueden ser procedimientos de decisión o demostradores automáticos de teoremas.
6. El concepto de sistema o cálculo deductivo no está bien delimitado; tenemos ejemplos interesantes en sistemas de Gentzen, de Hilbert, tableaux, etc⁷. Como primera aproximación podemos definir un sistema deductivo como un procedimiento algorítmico para generar $\vdash$ que usa reglas de la forma

$$\frac{\Delta_1 \vdash \Gamma_1; \dots; \Delta_n \vdash \Gamma_n}{\Delta \vdash \Gamma}$$

y axiomas de la forma

$$\frac{\emptyset}{\Delta \vdash \Gamma}$$

⁶Tarski define la consecuencia como una operación establecida sobre el conjunto de las partes, o conjunto potencia del de las fórmulas y la caracteriza mediante una serie de axiomas. Sintéticamente, un sistema lógico es definido como aquel conjunto de sentencias que es idéntico al conjunto de sus consecuencias.

Axioma 1. $\text{card}(S) \leq \aleph_0$

Axioma 2. Si $X \subseteq S$, entonces $X \subseteq Cn(X)$

Axioma 3. Si $X \subseteq S$, entonces $Cn(Cn(X)) = Cn(X)$

Axioma 4. Si $X \subseteq S$, entonces $Cn(X) = \sum Cn(Y)_{Y \subseteq X}$ para $\text{card}(X) < \aleph_0$

Axioma 5. Existe una sentencia $x \in S$ tal que $Cn(\{x\}) = S$

⁷Como vimos en el capítulo 4.

Los axiomas son los elementos iniciales del conjunto de pares $\langle \Delta, \Gamma \rangle$ que constituyen la relación de consecuencia, $\vdash$. Un cálculo deductivo $S_{\vdash}$ no es otra cosa que un modo de generar $\vdash$.

12.2.2. Propiedades matemáticas de $\vdash$

¿Qué propiedades matemáticas poseen dichas lógicas?

La relación clásica de consecuencia y la de los sistemas que la extienden cumple:

1. $\Delta \vdash A$, si $A \in \Delta$ (*reflexividad*)
2. $\Delta \vdash A \implies \Delta, \Delta' \vdash A$ (*monotonía*)
3. $\Delta \vdash B$; $\Delta, B \vdash A \implies \Delta \vdash A$ (*corte*)

Por su parte, las lógicas no monotónicas violan esa ley y las subestructurales pueden carecer de la de corte. Además, muchas tienen una versión más estricta de reflexividad, $A \vdash A$. Estas propiedades constituyen un filtro matemático adecuado para juzgar y comparar lógicas⁸. Se tratará de una comparación de naturaleza estructural, pero interesante.

12.2.3. Equilibrio entre propiedades

Deberíamos comparar el uso de la lógica clásica con la no-clásica en sus aplicaciones a la I.A y a otras áreas. Puesto que cada lógica intenta modelizar un determinado ámbito, cabe preguntarse hasta qué punto lo ha conseguido. Destacan por una lado, la *naturalidad* del lenguaje, su adecuación como vehículo de expresión de las características de la parcela de realidad que está siendo estudiada, hasta qué punto los razonamientos se clarifican al ser formalizados. Por otro lado está la *eficiencia* computacional, si tenemos buenos cálculos, incluso si tenemos probadores automáticos que los implementen, automaticen y suplan. Lo he repetido frecuentemente, una lógica es como una balanza: en un platillo se coloca el cálculo deductivo y se evalúan las *características computacionales*; en el otro, su *capacidad expresiva*.

¿Dónde está el fiel de la lógica que estudiamos?

Comentario 368 *Deberíamos comparar el uso de la lógica clásica con la no-clásica en sus aplicaciones a la I.A y a otras áreas. Sabemos que la lógica de primer orden es la más equilibrada de una gran familia de lógicas, que en la proposicional prima lo computacional y en la de orden superior la capacidad expresiva.*

⁸ Hay quienes han querido situar las barricadas para defender las fronteras de la lógica en el cumplimiento de las tres propiedades, considerando que se podría admitir que hay otras relaciones interesantes entre proposiciones, pero que *no son lógicas*.

12.2.4. Recursos matemáticos utilizados

Al definir un sistema lógico particular necesitamos utilizar una serie de recursos matemáticos, tanto al definir su cálculo deductivo, como al trazar su semántica. *¿Qué supuestos conceptuales hemos tenido que asumir?* Hay diferencias entre el uso de la lógica clásica y el de las no-clásicas. Si la primera pretende ser un sistema universal, ello debería notarse a este nivel: se tendría que asumir lo mínimo. Pondré un ejemplo: en la lógica de segundo orden estándar se puede expresar la hipótesis generalizada del continuo y el axioma de elección; ello nos obliga a decidir en qué entorno matemático nos movemos, o lo que es lo mismo, qué extensión de ZF estamos usando como metalenguaje. De manera que en esta lógica se asume la teoría de conjuntos a un nivel no intuitivo ni trivial⁹.

12.2.5. Traducción

Para poder relacionar a las diferentes lógicas, lo natural es construir puentes entre ellas; es decir, establecer correspondencias, traducciones, morfismos. Ciertamente toda deducción lógica puede ser simulada mediante una máquina de Turing.

¿Es suficiente?

El concepto de traducción debe también ser clarificado. Mediante gödelización todas las lógicas pueden serlo, usando como lenguaje de llegada el de la aritmética; otra posibilidad es emplear teoría de conjuntos no sólo como semántica subyacente, sino como lenguaje de llegada; también sabemos que todo conjunto recursivamente enumerable puede generarse mediante cláusulas de Horn.

¿Nos basta con esta traducción?

Lo ideal es que junto a la traducción de las fórmulas se produzca una conversión bidireccional de las estructuras de la lógica en estudio a las de la lógica usada como referencia y que haya una correspondencia entre todos los componentes de los sistemas lógicos en estudio. Como veremos con detalle en el próximo capítulo lo que propongo es convertir las estructuras en multivariadas, añadiendo universos en donde estén explícitamente representados todas las categorías de objetos —conjuntos, relaciones, funciones, etc— definibles en el lenguaje y tener el lenguaje y cálculo multivariado para realizar los cálculos.

12.2.6. Marco unificador

La elección de la lógica clásica como lógica unificadora está directamente relacionada con el éxito obtenido en la traducción de otras lógicas a ella; es decir, en su capacidad de servir como marco común¹⁰.

¿Qué es un marco unificador?

⁹En la sección 10.5 utilizamos esta peculiaridad de la lógica de segundo orden estándar para demostrar su incompletud.

¹⁰Véase a este respecto [9], la teoría de la traducción propuesta en este trabajo es la que propongo en [29]

Se podría usar la lógica clásica simplemente como metalenguaje formalizado e incluso implementar en el propio lenguaje objeto las características del metalenguaje. *¿Es esto deseable?*

Hemos usado el término de “lógica clásica”, *¿incluye a la heterogénea o multivariada?, ¿incluye a la de orden superior?*

Mi objetivo es mostrar que la lógica clásica, si como tal incluimos a la multivariada o heterogénea, puede usarse como sistema universal, especialmente desde el punto de vista de la teoría de la prueba. Sin embargo, puesto que hay otros planteamientos globalizadores, expondremos dos de ellos para apreciar la commensurabilidad de paradigmas; concretamente, las lógicas generales de Meseguer —en el capítulo 15— y los sistemas deductivos etiquetados de Gabbay —en el capítulo 16—.

No obstante, la existencia de un marco general en el que podamos representar los casos particulares no significa, necesariamente, que el mejor modo de tratar dichos casos sea inmersos en el general; simplemente da idea de la universalidad del tratamiento.

Comentario 369 *Prendemos una unificación del “lenguaje máquina” y realizar en él todos los cálculos que en otro caso se harían en una multiplicidad de sistemas, y arrastrar las metapropiedades de la lógica multivariada a los sistemas lógicos en estudio. Sin embargo, mantenemos los diversos lenguajes como “lenguaje de usuario” por ser más naturales y adaptarse mejor a sus respectivos ámbitos de estudio.*

Bibliografía

- [1] Abramsky, S, Gabbay, D. y Maibaum, T. [1992-2000]. *Handbook of Logic in Computer Science.* vol 1 a 6. OUP. Oxford. U.K.
- [2] Anderson, A. R. y Belnap, N.D. [1975]. *Entailment: the Logic of Relevance and Necessity.* Vol.I. Princeton University Press.
- [3] Anderson, A. R. y Belnap, N.D. [1992]. *Entailment: the Logic of Relevance and Necessity.* Vol.II. Princeton University Press.
- [4] Aristóteles. *Organon.* Edición, traducción y notas de Miguel Candel Sanmartín. Biblioteca Clásica Gredos. Madrid 1982, 1988.
- [5] Aristóteles. *Categorías. De Interpretatione.* Edición de Alfonso García Suárez, Luis. M. Valdés Villanueva, y Julian Velarde Lombrana. Tecnos. Madrid, 1999.
- [6] Allwein, G.y Barwise, J. [1996]. *Logical Reasoning with Diagrams.* Oxford University Press. New York. USA.
- [7] Barwise, J y Etchemendy, J. [1994]. *Hyperproof.* CSLI. Stanford. USA.
- [8] J. van Benthem. [1996]. *Exploring Logical Dynamics.* CSLI. Stanford. USA.
- [9] van Benthem, Johan. [2001]. *Correspondence theory.* (en [17])
- [10] Boole, G. [1847]. *The Mathematical Analysis of Logic.* Londres, Cambridge. Ed. castellana El Análisis Matemático de la Lógica, Cátedra. Madrid, 1979.
- [11] Boolos, G. [1979]. *The Unprovability of Consistency.* Cambridge University Press. Cambridge.
- [12] Dalen, D. van [2001]. “*Intuitionistic Logic*”, en [17]. Vol. III: Alternatives to Classical Logic.
- [13] Dismarch, H. [2000]. *Knowledge games.* ILLC Dissertation Series. Groningen. Holanda.
- [14] Fischer, M y Ladner, R. [1979]. “*Propositional modal logic of programs*”. Proc. 9th ACM Symp. Theory of Comput. 18. 194-211

- [15] D. Gabbay [1994] *What is a Logical System?* Oxford University Press. Oxford U.K.
- [16] Gabbay, D. Hogger, G. y Robinson, J. [1993-1998]. *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*. vol 1 a 6. OUP.
- [17] Gabbay, D y Guenther, F. [2001]. *Handbook of Philosophical Logic* 2nd edition. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht. Holanda.
- [18] Gardies, J.L. [1979]. *Lógica del Tiempo*. Ed. castellana de J. Ordóñez y P. Martínez-Freire. Paraninfo. Madrid, 1979.
- [19] Gerbrandy, J. y otros eds. *JFAK: Essays dedicated to Johan van Benthem on the occasion of his 50th birthday*. Amsterdam University Press. Amsterdam. Holanda.
- [20] Goldblatt, R. [1992]. *Logics of Time and Computation*, Center for the Study of Language and Information. Stanford. USA
- [21] Haack, S. [1974]. *Lógica Divergente*. Paraninfo. Madrid, 1979.
- [22] Harel, D. [2001]. “*Dynamic Logic*” en [17].
- [23] Hodges, W. [1984]. *Building models by games*. Cambridge University Press. Cambridge. U.K.
- [24] Hughes, G.E. y Cresswell, M.J. [1968]. *Introducción a la lógica modal*. Ed. castellana de Esperanza Guisan Seijas. Tecnos. Madrid, 1973.
- [25] Hughes, G.E. y Cresswell, M.J. [1984]. *A Companion to Modal Logic*. Methuen. Londres.
- [26] Huertas, A y Manzano, M. [1999]. “*A fashionable partial and heterogeneous mirror for modality*” en [19].
- [27] Langholm, T. [1988]. *Partiality, truth and persistence*. CSLI. Stanford.
- [28] Levesque, H. y Pirri, F. [1999]. *Logical Foundations for Cognitive Agents*. Springer. Berlin.
- [29] Manzano, M. [1996]. *Extensions of first order logic*. Number 19 in Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science. Cambridge University Press. Cambridge. U.K.
- [30] Manzano, M. [1998]. “*The little mermaid*” en [31].
- [31] Martínez, C y otros eds. [1998]. *Truth in Perspective*. Ashgate. Aldershot. U.K.
- [32] J. Meseguer. *General logics*. In H.-D. E. et al., editor, Logic Colloquium’87, pages 275–329. North-Holland, 1989.

- [33] Priest, G., Routley, R. y Norman, J. [1986]. *Paraconsistent Logics*, Philosophia Verlag.
- [34] Trillas, E. [1980]. *Conjuntos Borrosos*. Vicens Universidad. Barcelona.
- [35] Trillas, E., Alsina, C. y Terricabras J.M. [1995]. *Introducción a la Lógica Borrosa*. Ariel Matemática. Barcelona.
- [36] Urquhart, A. [2001]. “*Many-valued Logics*”, en [17].

