# Parte I

# LÓGICA PROPOSICIONAL

# Capítulo 1

# Introducción General

## 1.1. ¿Qué es la Lógica?

El objetivo fundamental de este tema es el de introducir, de manera intuitiva, los conceptos fundamentales de la lógica, y muy particularmente, el concepto de consecuencia, ya que la lógica puede ser caracterizada como el estudio de la consecuencia; o lo que es lo mismo, como el estudio de los razonamientos válidos o correctos. Nosotros la caracterizaremos como el estudio de los conjuntos de creencias consistentes porque pienso que de esta forma es más fácil al comienzo y porque se sabe que los dos planteaminetos son equivalentes, como se verá ampliamente en este curso.

### 1.1.1. En sentido amplio.

La *Lógica* es lo que tienen en común ciencias tan dispares como:

*MATEMÁTICAS*
*FILOSOFÍA*
*LINGÜÍSTICA*
*INFORMÁTICA*
*DERECHO*
*FÍSICA*
*SOCIOLOGÍA*
⋮

| | |
|---|---|
| | (1) No puede ser *el tema de estudio* |
| Lo que comparten: | (2) Tampoco *la metodología* |
| | (3) ¿Racionalidad, coherencia, consistencia? |

La *Lógica* es más que eso: Todos nosotros, supuestos seres racionales, empleamos la lógica cuando razonamos, asimilamos o procesamos la información que recibimos del entorno, cualquier tipo de información. (Somos lógicos porque somos seres humanos.)

$$\textit{Hombre} = \textit{Animal+Racional}$$

$$\textit{Racionalidad} \implies \textit{Lógica}$$

### 1.1.2. En sentido estricto.

La *Lógica* es también una disciplina en sí misma, una de las grandes ramas del conocimiento.

$$\textit{Lógica} = \text{estudio de la } \textit{consecuencia}$$

(razonamientos válidos o correctos)

$$\textit{Lógica} = \text{estudio de la } \textit{consistencia}$$

(conjuntos de creencias coherentes, *consistentes, satisfacibles*)

Para definir una *Lógica* se define un lenguaje artificial; con un alfabeto y unas reglas *gramaticales* de formación de fórmulas y se atribuye significado a las expresiones del lenguaje mediante interpretaciones *semánticas.* Dichas interpretaciones nos permiten decir, en algunos casos, que de ciertos conjuntos de fórmulas (que se toman como hipótesis) se siguen ciertas fórmulas. Es decir, que dichas fórmulas son consecuencia semántica de las hipótesis consideradas.

$$\textit{Lógica} = \textit{Gramática+Semántica}$$

En algunas ocasiones se puede definir un *cálculo deductivo* que permite mecanizar el proceso de extraer conclusiones a partir de hipótesis. Por supuesto, se desea que el cálculo sea una réplica mecanizable de dicho proceso; es decir, equivalente (los mismos resultados).

$$\textit{Semántica} \iff \textit{Cálculo}$$

La *Lógica* es una *herramienta* que nos sirve para computar razonamientos, especialmente cuando el rigor y la precisión son imprescindibles. Esto sucede en matemáticas, filosofía, informática, etc. Pero un lenguaje lógico es también un *objeto de estudio*; podemos ver qué propiedades tiene el lenguaje; si el concepto de consecuencia se puede retener mediante las reglas de un cálculo, si hay cálculos más efectivos, incluso si existen algoritmos capaces de suplirlos. Estudiaremos las denominadas propiedades de: *corrección, completud* y *decidibilidad.*

### 1.1.3. Históricamente.

**Pasado.**

El estudio de la lógica se remonta a los filósofos griegos; en el Organon de Aritóteles se estudian los principios del silogismo. A mediados del siglo XIX Boole (1815-1864) creó el primer cálculo lógico, para la lógica proposicional. La lógica en sentido moderno nace a finales del siglo XIX y principios del XX.

Dentro de la lógica se distinguen tres grandes ramas:

**TEORÍA DE LA PRUEBA**

Frege (1848-1925), Peano (1858-1932), Russell (1872-1970), Hilbert (1862-1943), Herbrand (1908-1931) y Gentzen (1909-1945) desarrollaron la *Teoría de la Prueba* de la lógica de primer orden. Todos ellos pretendían sistematizar el razonamiento matemático y atacar con la poderosa artillería lógica la fundamentación de la matemática.

Frege es el padre de la lógica moderna, al que debemos gran parte de las distinciones y conceptos en ella usados. El primer cálculo para la lógica de primer orden fue el *Begriffschrift* de Frege. Russell y Whitehead con su *Principia Mathematica* intentaron reducir los conceptos matemáticos (de la aritmética y el álgebra) a conceptos lógicos. Peano axiomatizó la aritmética.

La teoría de la prueba en un sentido mucho más delimitado nació con el denominado *programa de Hilbert*. La idea de Hilbert era la de explotar al máximo la naturaleza finita de las pruebas para proporcionar una fundamentación de la matemática. Podría resumirse su concepción diciendo que preconizaban una axiomatización de las teorías matemáticas de la que pudiera probarse su:

1. *Consistencia.* Es decir, que nunca se podrá demostrar como teoremas de la teoría una sentencia y su negación.

2. *Completud.* Es decir, que cada sentencia (del lenguaje en el que se axiomatizó la teoría) sea ella misma o su negación un teorema de la teoría axiomática.

3. *Decidibilidad.* Es decir, que exista un procedimiento efectivo mediante el cual, en un número finito de pasos, se determine si una sentencia del lenguaje es o nó un teorema de la teoría.

Los sistemas de Cálculo de Gentzen orientaron la teoría de la prueba a sus actuales derroteros, ligada inexorablemente a la perspectiva informática. El teorema de Herbrand de 1930 y, posteriormente, el de Robinson se consideran los pilares de la *demostración automática de teoremas.*

**TEORÍA DE MODELOS.**

En el nacimiento de la lógica de primer orden participan decisivamente otro grupo de investigadores cuya orientación apuntaba a la, posteriormente bautizada, *Teoría de Modelos.* Löwenheim (1878-1957), Skolem (1887-1963), Gödel

(1906-1978) y Tarski (1901-1983) son los pioneros de otra línea de investigación consistente en el estudio de las estructuras matemáticas considerando las leyes a las que obedecen. Löwenheim y Skolem demostraron teoremas generales acerca de la infinita variabilidad de la cardinalidad de los modelos de las teorías de primer orden, de la incapacidad de esa lógica para caracterizar estructuras infinitas, de su negada habilidad para distinguir entre cardinalidades infinitas. Gödel demostró la completud del cálculo de la lógica de primer orden. A Tarski le debemos los conceptos fundamentales de la semántica y de la Teoría de Modelos. A él le cabe además el mérito de haber concebido y dirigido un programa de investigación sistemática en esta disciplina.

En 1931 Gödel demostró que si la aritmética elemental es consistente, no puede ser completa, y que en general el programa de Hilbert es irrelizable. Para demostrar este teorema, conocido como *teorema de incompletud,* Gödel introdujo el concepto de recursividad.

**Comentario 1** *Estamos usando el término completud de dos formas: (1) completud de una lógica y (2) completud de una teoría. En el primer caso es una propiedad del cálculo; a saber, que es capaz de generar como teoremas a todas las fórmulas válidas. En el segundo caso es una propiedad de una teoría; a saber, la de ser tan potente que toda sentencia del lenguaje (o su negación) se derive de la teoría.*

### TEORÍA DE LA RECURSIÓN.

¿Cuándo decimos que una función es recursiva?, ¿Qué significa ser recursiva?

Hay varias definiciones precisas, entre sí equivalentes, de este concepto. La noción intuitiva correspondiente a ser recursiva es ser *efectivamente computable.*

¿Cuándo decimos que una función es efectivamente computable?

Sencillamente, cuando hay un procedimiento efectivo -esto es, un algoritmo- que la computa. Un procedimiento efectivo debe cumplir una serie de requisitos. No imponemos restricciones de naturaleza práctica a los procedimientos efectivos; por ejemplo en una función sobre los naturales, los argumentos han de ser números naturales, pero pueden serlo de cualquier tamaño, el procedimiento ha de ser finito, pero no se pone una limitación, tampoco se prefija la cantidad de papel ( o espacio de memoria) que haya de precisarse para realizar el cálculo. La computabilidad efectiva no es lo mismo que computabilidad práctica, lo sería en una situación ideal en la que no importase ni el tiempo ni el espacio de memoria precisado.

Los orígenes de la teoría clásica pueden hallarse en Dedekind, cuando en 1988 introduce el estudio de las funciones definibles sobre el conjunto de los números naturales usando ecuaciones y, recurrentemente, la inducción sobre los números naturales que él había formulado y precisado. De ahí le viene justamente el nombre.

Por lo que respecta a su estadio presente, cuyo radio de acción cubre la totalidad de las funciones efectivamente computables, los orígenes hay que buscarlos en el grupo de Princeton; empezó con Church (1903-1995), pero si hay que atribuirle un padre, éste es Kleene. El fue quien la impulsó, definió y acotó: suyos son los *teoremas de la forma normal* y el de *recursión.*

En cuanto a la definión misma, circulaban varias versiones de este conceptp, aunque había cierta resistencia a aceptarlas como definiciones. Varios de estos conceptos aparecieron en los años 30 para caracterizar nociones que en principio parecían diferentes: la primera era la caracterización de Gödel de las funciones definidas mediante recursión, la segunda era la de función definible mediante el operador $\lambda$, que Church y Kleene introdujeron, y la tercera era la de función computable mediante una máquina abstracta, las máquinas de Turing. Pronto se demostró que las tres nociones definían las mismas funciones.

**Presente.**

En la primera mitad de este siglo la lógica se aplicó mayormente a la fundamentación de la matemática. En la segunda mitad ha jugado un papel decisivo en la creación y desarrollo de la informática y los lenguajes de programación, hasta el extremo de poderse caracterizar a la informática así:

*Informática* = *Lógica*+*Ingeniería electrónica*

La *Lógica* proporciona los fundamentos para las diversas -cada vez más abundantes- *aplicaciones de la lógica en la informática: verificación de hardware y software, inteligencia artificial, programación lógica, deducción automática,...*

**Futuro.**

La *Lógica* es la materia interdisciplinar por excelencia y actúa como núcleo de una ciencia que emerge: la *Ciencia de la transmisión de la información.*

Triángulo de las Bermudas = *Lógica, Lenguaje e Informática*

Por consiguiente, concentrarnos en estudiar los principios que gobiernan la lógica tiene un carácter ejemplificador pues en ella se funden disciplinas en donde son determinantes los aspectos simbólicos del proceso de información; esto es, en todas en las que es conveniente usar lenguajes artificiales. Empezaremos estudiando la denominada *lógica clásica*, tanto proposicional como de primer orden.

**Comentario 2** *La* ***lógica clásica*** *se caracteriza por su rigor y precisión (pero carece de matices; la verdad es absoluta, el tiempo está ausente, no hay ambigüedad). La lógica clásica caracteriza el razonamiento de las matemáticas y cuando se aplica a ejemplos no matemáticos, se matematizan primero.*

**Comentario 3** *Hay otras lógicas: Temporal, modal, dinámica, borrosa, no-monotónica,...*

- *Lógica* = estudio de la *consecuencia* (razonamientos válidos o correctos)
- *Lógica* = estudio de los conjuntos de creencias *consistentes*
- *Lógica* = *Gramática + Semántica (+ Cálculo)*

## 1.2. Consistencia.

La *consistencia lógica* o coherencia interna de un conjunto de creencias significa para nosotros *compatibilidad de creencias.*

Hay que distinguir la consistencia lógica, que es una cualidad formal, abstracta, de ciertas virtudes, por otra parte muy estimables, como la lealtad, la justicia o la sinceridad. Por su parte, la inconsistencia no hay que confundirla con la estupidez o la irracionalidad, aunque estén próximas. Hay que distinguirla también, y esto es más difícil, del desacuerdo con la realidad.

*Consistencia* $\neq$ *lealtad*

*Consistencia* $\neq$ *justicia*

*Consistencia* $\neq$ *sinceridad*

*Inconsistencia* $\neq$ *estupidez*

*Inconsistencia* $\neq$ *irracionalidad*

*Inconsistencia* $\neq$ *desacuerdo realidad*

**Comentario 4** *Un conjunto de creencias puede muy bien estar en desacuerdo con la realidad y no ser inconsistente, pues no existe incompatibilidad de creencias. (Los conjuntos consistentes de creencias se caracterizan porque es siempre posible imaginar una situación en la que todas ellas sean verdaderas, pero puede no ser la del mundo real.)*

**Comentario 5** *Nadie sostiene, a sabiendas, conjuntos de creencias inconsistentes. (Leyes lógicas ¿son naturales?, ¿ convencionales?, ¿se adquieren?,...)*

La *consistencia* también se puede predicar de una creencia aislada; en tal caso ser consistente es poder ser verdadero en una situación posible, no necesariamente en todas, ni tan siquiera se exige que lo sea así en la realidad. La *Inconsistencia o Contradicción* es mucho más fuerte: no puede ser verdadero en ninguna situación.

### 1.2.1. Ejemplos:

**EJEMPLO 1.- ¡Políticos!**

Suponed que un político manifiesta:

- *Es un error censurar, por violentas, la retransmisión de las corridas de toros porque lo que vemos en la televisión no afecta en absoluto el comportamiento; ni siquiera el de los jóvenes.*
- *Debería haber más programas y documentales que mostraran nuestras costumbres nacionales (bailes típicos, corridas de toros, concursos de cortar troncos, etc) para así fomentar estas costumbres entre los jóvenes.*

Suponiendo que manifiesta lo que cree ¿Son consistentes sus creencias?

**EJEMPLO 2.- El barbero de Las Batuecas.**

Hace pocos días me contaron el caso de un hombre llamado Roque, barbero en Las Batuecas. Sólo me habían dicho dos frases cuando exclamé: ¡Imposible!

- *Roque vive en Las Batuecas.*
- *Roque afeita a los habitantes de Las Batuecas que no se afeitan a sí mismos y sólo a ellos.*

¿Creeis que me precipité al no creerme lo que me contaban?

**EJEMPLO 3.- OKUPAS (SQUATTERS)**

El alcalde de una gran ciudad manifiesta a la prensa:

- *No es que haya falta de viviendas sociales en nuestra ciudad, ni en Madrid, ni en Barcelona.*
- *Lo que pasa es que los OKUPAS, que son gente que no tiene en donde vivir, han hecho circular ese infundio.*

Si fuérais periodistas del partido del alcalde, ¿ publicarías sus palabras sin más?

## 1.3. Enunciados que expresan creencias.

Puesto que las creencias son inmateriales, intangibles, es conveniente ocuparse de su expresión mediante el lenguaje, y mejor aún, como las palabras se las lleva el viento, mediante el lenguaje escrito.

Sin embargo, es de todos sabido que la relación entre pensamiento y lenguaje plantea muchos problemas:

1. En primer lugar, hay oraciones, o enunciados, tales como las preguntas, las órdenes, las exclamaciones o las dudas que no expresan creencias. Por consiguiente, nos limitaremos al *uso aseverativo* (declarativo o enunciativo) del lenguaje.

2. Por otra parte, una oración puede tener más de un significado; la lengua natural está plagada de *ambigüedades léxicas, estructurales, de referencias cruzadas*, etc. No deseamos (ni podríamos) cambiar el lenguaje natural, pues gracias a estas propiedades el lenguaje natural es flexible, con él se puede desde contar chistes hasta hacer filosofía de la cosmología. Sin embargo, en lógica necesitamos un lenguaje riguroso, preciso, y habrá que solventar estos problemas creando un lenguaje artificial.

3. Otro problema es que los enunciados precisan ser contextualizados y así el mismo enunciado puede expresar distintas creencias al recibir *distintas contextualizaciones.*

4. En ocasiones no está claro qué pensamiento o creencia expresa una determinada oración; hay *expresiones engañosas*, incluso deliberadamente engañosas.

5. Por otra parte, cuando se transcribe el lenguaje oral al escrito *se pierden matices, entonaciones, gestos, etc*, que son fundamentales para el significado.

6. Finalmente, algunos se plantean si no ha sido determinante la gramática y la estructura de las *lenguas europeas* para el desarrollo de la lógica.

**Comentario 6** *Introduciremos un lenguaje formal para eludir los problemas de ambigüedad e imprecisiones diversas que caracterizan a la lengua natural.*

### 1.3.1. Ejemplos:

**CHISTES** Con frecuencia los chistes ocurren porque la frase contiene ambigüedades: léxicas, estructurales, de referencias cruzadas. Determinad qué clase de ambigüedad ocurre en los siguientes chistes:

1. Si nos encuentran, estamos perdidos. (Groucho)

2. *(En una panadería)* Por favor, una barra de pan, y si tiene huevos, una docena. (*Sale con 12 barras de pan*)

3. (*Un hombre por la calle con un pingüino, encuentra a un amigo que le recomienda*). Llévalo al zoológico. (*Unos días después se lo vuelve a encontrar con el pingüino y le pregunta si no lo había llevado al zoológico...)* Se lo pasó estupendamente, esta tarde lo llevo al circo.

## 1.4. Tipos de enunciados.

Los enunciados que expresan creencias pueden ser *consistentes*, cuando la creencia expresada lo es; es decir, cuando es verdadera en alguna situación. (En el lenguaje formal que se introducirá después la palabra técnica empleada no es consistente sino *satisfacible.*)

Por otra parte, un enunciado que no es verdadero en ninguna situación es *contradictorio.* Los enunciados que son verdaderos en cualquier situación son *tautologías* y los que son verdaderos en algunas situaciones y falsos en otras son *contingentes.*

Los enunciados capaces de describir una situación, y de distinguirla de otras, son contingentes. De esta clase son los enunciados que describen nuestra experiencia, que conforman la mayoría de las ciencias. Las tautologías, al ser verdaderas en toda situación, no pueden describir a ninguna en particular. ¿Describen algo? La respuesta es que sí, que *Describen a la propia lógica.* Veremos que esta idea puede ser convenientemente explotada, ya que captar el funcionamiento y naturaleza de las tautologías es captar la esencia de la lógica.

**Comentario 7** *Esta tipología se reproduce en el lenguaje formal y tendremos fórmulas* ***satisfacibles, contingentes, contradicciones*** *y* **tautologías**.

### 1.4.1. Ejercicios:

**Enunciados tautológicos, contradictorios y contingentes**

Clasificad los siguientes enunciados según sean tautologías, contradicciones o contingentes.

1. El agua hierve a la temperatura de cien grados centígrados.
2. Hoy llueve o no llueve.
3. Todo cuerpo sometido a la influencia de una fuerza constante adquiere un movimiento uniformemente acelerado.
4. Me compro un coche y me voy de vacaciones equivale a decir que no es el caso que si me compro el coche no me voy de vacaciones.

## 1.5. Lenguaje formal.

Para obtener el rigor y precisión deseados, se introduce un *lenguaje formal (lógico).* Se tratará de un lenguaje artificial, con una reglas gramaticales explícitas que nos dicen qué sucesiones de signos del alfabeto son fórmulas y unas reglas semánticas también explícitas, que determinan cuando una fórmula es verdadera bajo una determinada interpretación (en un modelo matemático). Dependiendo del nivel de abstracción que vayamos a necesitar, de la realidad a tratar y de la naturaleza de dicha realidad en estudio, hay diversos lenguajes posibles. En este curso se estudian los lenguajes de la lógica proposicional ($PL$) y de la de primer orden ($FOL$). El primero se introduce con detalle en el capítulo siguiente, el segundo forma la segunda parte de este curso.

**Comentario 8** *La lógica modal, la temporal, la dinámica, la no-monotónica y la teoría de tipos son otras de las muchas lógicas que interesan a los informáticos, a los filósofos y a los lingüistas, pero que no se tratan aquí.*

## 1.6. Consecuencia lógica.

Dijimos que tanto se podía caracterizar a la lógica como el estudio de los conjuntos consistentes de creencias, como el estudio de los razonamientos válidos o correctos. La idea intuitiva, que tendremos que precisar, es que un razonamiento es correcto cuando no se puede imaginar ninguna situación en la que las hipótesis del razonamiento sean verdaderas y la conclusión sea falsa; esto es, cuando el conjunto formado por las hipótesis y la negación de la conclusión es inconsistente.

En la vida cotidiana nuestros razonamientos versan sobre hechos: partimos de unas premisas o hipótesis, que pueden ser verdaderas o falsas, y llegamos a una conclusión, que también puede ser verdadera o falsa. Esto enmascara los razonamientos válidos con hipótesis falsas. Para situar el problema resulta útil la siguiente tabla de doble entrada:

**Razonamientos correctos**

| | | Conclusión | |
|---|---|---|---|
| | | Verdadera | Falsa |
| Hipótesis | Verdadera | 1 | $\boxed{2}$ |
| | Falsa | 3 | 4 |

**Razonamientos incorrectos**

| | | Conclusión | |
|---|---|---|---|
| | | Verdadera | Falsa |
| Hipótesis | Verdadera | 5 | 6 |
| | Falsa | 7 | 8 |

En lógica nos interesamos por los razonamientos del tipo 1, 3 y 4. Razonamientos de tipo 2 no hay, porque justamente lo que caracteriza a un razonamiento válido es la imposibilidad de que su conclusión sea falsa cuando sus hipótesis son verdaderas. No nos interesa tanto el que la conclusión sea verdad como que el paso entre premisa y conclusión esté justificado.

Para explicar la naturaleza de la lógica, tradicionalmente se distingue entre *forma* y *contenido* de un razonamiento; el contenido de un razonamiento puede ser de índole muy variada: puede versar sobre física, psicología, matemáticas, informática, o nuestra vida cotidiana. En lógica nos interesamos por la forma de los razonamientos, nunca por su contenido. Por supuesto, para adquirir nuevas creencias precisamos aceptar las conclusiones de los razonamientos cuyas hipótesis aceptamos como creencias; sin embargo, el contrastar dichas hipótesis cae fuera del alcance de la lógica.

### 1.6.1. Ejercicios:

**EJERCICIO 1.-** Consecuencia.

Decidid si el razonamiento consignado es o no correcto.

Treinta días tiene Noviembre con Abril, Junio y Septiembre. Veintiocho tiene uno y los demás treinta y uno.
Por lo tanto,
Abril tiene treinta días si y sólo si no los tiene Mayo, y Mayo los tiene si también los tiene Noviembre.

**EJERCICIO 2.-** Clasificad los siguientes argumentos según el esquema presentado; es decir, según sean correctos o no, y según el valor de verdad de las premisas y la conclusión. (Aparecen clasificados, estaban mezclados y sin clasificar antes de la clase.)

1. Tipo 1 (premisas VERDADERAS, conclusión VERDADERA; razonamiento CORRECTO)

    *a*) Arquímides y la corona.3.6.2

    *b*) Todos los números primos son impares. Siete es primo
    Siete es impar

2. Tipo 2. (premisas verdaderas, conclusión falsa; razonamiento válido)
**No existe ninguno.**

3. Tipo 3 (premisas FALSAS, conclusión VERDADERA; razonamiento CORRECTO)

    *a*) Los filósofos no llevan bigote. José María Aznar lleva bigote.
    Luego,
    José María Aznar no es un filósofo.

        1) Si Almodóvar dirigió *El Abuelo* entonces también dirigió *Todo sobre mi madre.* Almodóvar no dirigió *Todo sobre mi madre*
        Conclusión: Almodóvar no dirigió *El Abuelo.*

4. Tipo 4 (premisas FALSAS, conclusión FALSA; razonamiento CORRECTO)

    *a*) Si hoy es Jueves, mañana es Viernes. Hoy es Jueves
    Conclusión: Mañana es Viernes
    Fecha: 24-3-2000 (Viernes)

5. Tipo 5 (premisas VERDADERAS, conclusión VERDADERA; razonamiento INCORRECTO).

    *a*) Algunos mamíferos tienen cuatro patas. El delfín es un mamífero.
    Entonces,
    El delfín tiene cuatro patas.

*b*) Si Picasso nació en Málaga, entonces no es cierto que naciera en Francia. Picasso no nació en Francia.
Conclusión: Picasso nació en Málaga.

6. Tipo 7 (premisas FALSAS, conclusión VERDADERA; razonamiento INCORRECTO).

   *a*) Los científicos odian las matemáticas. Einstein odiaba las matemáticas.
   Luego,
   Einstein era un científico

   *b*) Si hoy es Sábado o Domingo, entonces es fin de semana. Hoy no es Domingo
   Conclusión: hoy no es fin de semana.
   Fecha: 25-3-2000 (Sábado)

7. Tipo 8 (premisas FALSAS, conclusión FALSA; razonamiento INCORRECTO).

   *a*) Si Cervantes escribió la Colmena, Camilo José Cela escribió el Quijote.
   Camilo José Cela no escribió la Colmena.
   Luego,
   Camilo José Cela escribió el Quijote.

   *b*) Sólo los viejos y los niños comen chocolate. Manolito gafotas no come chocolate
   Conclusión: Manolito gafotas no es un niño.

## 1.7. Glosario.

1. **Consistencia**: Decimos que un conjunto de enunciados es consistente cuando existe al menos una situación que los hace simultáneamente verdaderos. (ingl.: Consistency).

2. **Inconsistencia**: Decimos que un conjunto de enunciados es inconsistente cuando no existe ninguna situación que los haga simultáneamente verdaderos. (ingl.: Inconsistency)

3. **Tautología**: Decimos que un enunciado es una tautología si, y sólo si, es verdadero en todas las situaciones posibles. (ingl.: Tautology)

4. **Contradicción**: Decimos que un enunciado es una contradicción si, y sólo si, no existe ninguna situación en la que el enunciado sea verdadero. (ingl.: Contradiction)

5. **Contingente**: Decimos que un enunciado es contingente cuando no es una tautología ni una contradicción, o lo que es lo mismo, cuando es verdadero en algunas situaciones y falso en otras. (ingl.: Contingente sentence).

6. **Consecuencia**: Decimos que un enunciado es consecuencia de un conjunto de enunciados que sirven de hipótesis si, y sólo si, no existe ninguna situación en la que cada una de las hipótesis sea verdadera y la conclusión sea falsa; es decir, cuando el conjunto formado por las hipótesis y la negación de la conclusión sea inconsistente. (ingl.: Consequence).

## 1.8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Consistencia e inconsistencia.**

Se puede encontrar una estupenda introducción muy intuitiva en HODGES W. (1977), Logic.Penguin Books, Middlexes. En el primer capítulo de este libro, titulado Consistency -páginas 13 a la 16-, se realiza una presentación del concepto de consistencia aplicado a un conjunto de pensamientos, distanciándolo de otros conceptos -como el de lealtad, justicia o sinceridad- que son identificados con éste en nuestro lenguaje natural. Puesto que los pensamientos se expresan en un lenguaje, los dos siguientes capítulos (Expressing Beliefs in Sentences y When is a sentence true? -páginas de la 17 a la 41-) están dedicados a la introducción de la consistencia. Dicha propiedad puede predicarse de enunciados declarativos (que expresan pensamientos), y las condiciones de verdad de los mismos. El cuarto capítulo (Testing for Consistency and Validity -páginas 42 a la 60-) nos presenta la relación existente entre la consistencia y la validez.

En BERGMANN M., MOOR J. & NELSON J. (1980), The logic Book. Random House, New York. podemos encontrar una sintética definición de la noción de consistencia aplicada a la lógica proposicional (también llamada sentencial) y a la de predicados, poniéndola en contacto con la noción de verdad, consecuencia y equivalencia, y acompañando todo esto de una colección de interesantes ejercicios (páginas 79 a 86, y 320 a 326).

También podemos encontrar tratamientos del mismo tema en: DEAÑO A. (1974) Introducción a la Lógica Formal. Alianza editorial, Madrid., GENSLER H. (1989) logic: analyzing and appraising arguments. Prentice hall, New Jersey., y SUPPES P.(1966) Introducción a la lógica formal. Compañía editorial continental, México D.F.

**Tautología, contingente y contradicción**

Todos los libros anteriormente citados hacen referencia a estos temas: HODGES (1977) en las páginas 109 a 124, BERGMANN ET ALI (1980) en las páginas 61 a 74 para la lógica proposicional y 291 a 320 para la lógica de predicados, en GENSLER H. (1989) en las páginas 65 a 94, SUPPES P (1966) en las páginas 34 a 39, y DEAÑO A. (1974) en las páginas 101 a 106.

**Consecuencia**

Todos los libros anteriormente citados hacen referencia a este tema: HODGES (1977) en las páginas 132 a 142, BERGMANN ET ALI (1980) en las páginas 80 a 91 para la lógica proposicional y 326 a 331 para la lógica de predicados, en GENSLER H. (1989) en las páginas 65 a 94, SUPPES P. (1966) en las páginas 39 a 44, y DEAÑO A. (1974) en las páginas 113 a 116.

**Razonamientos**

Todos los libros anteriormente citados hacen referencia a este tema: HODGES (1977) en las páginas 53 a 61, BERGMANN ET ALI (1980) en las páginas 5 a 18, en GENSLER H. (1989) en las páginas 326 a 360, SUPPES P.(1966) en las páginas 64 a 72. Pero especialmente tenemos que hacer referencia a la clara exposición que se realiza en DEAÑO A. (1974) en las páginas 35 a 46, donde se presenta una exhaustiva clasificación de los razonamientos teniendo en cuenta los valores de verdad de las premisas y la conclusión y la validez del mismo.