

Francisco José Salguero Lamillar

ÁRBOLES SEMÁNTICOS PARA LÓGICA MODAL
CON ALGUNOS RESULTADOS SOBRE SISTEMAS NORMALES.

(Tesis doctoral)

Director: Prof. Dr. D. Emilio Díaz Estévez.

Departamento de Filosofía, Lógica y Filosofía de la
Ciencia y Estética y Teoría de las Artes
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

1991

FRANCISCO JOSÉ SALGUERO LAMILLAR

ARBOLES SEMANTICOS PARA LOGICA MODAL
CON ALGUNOS RESULTADOS SOBRE SISTEMAS NORMALES
(TESIS DOCTORAL)

*Non enim tanta fuit antiquorum scriptorum
perfectio ut non et nostro doctrina indigeat
studio, nec tantum in nobis mortalibus scientia
potest crescere ut non ultra possit augmentum
recipere.*

Abelardo

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

DEPARTAMENTO DE FILOSOFÍA, LÓGICA Y FILOSOFÍA
DE LA CIENCIA Y ESTÉTICA Y TEORÍA DE LAS ARTES

SEVILLA, 1991

ÍNDICE

	<u>Página</u>
INTRODUCCIÓN.....	i
CAPÍTULO UNO: Breve reseña histórica acerca de la lógica modal.....	1
§1. Las modalidades en la antigüedad y en la Edad Media.....	1
§2. Las modalidades en la lógica matemática. Los sistemas de Lewis y la semántica de los mundos posibles.....	17
CAPÍTULO DOS: La semántica de los mundos posibles.....	28
§3. Los problemas de la intensionalidad.....	28
§4. Mundos posibles y semántica.....	38
§5. La relación de alternatividad.....	46
CAPÍTULO TRES: Conjuntos modelos.....	56
§6. La noción de conjunto modelo.....	56
§7. Algunos resultados con conjuntos modelos y mundos posibles.....	67
CAPÍTULO CUATRO: Un procedimiento semántico de decisión.....	75
§8. Árboles semánticos para la lógica modal alética de proposiciones.....	75
§9. El teorema fundamental de los árboles semánticos.....	85
§10. El procedimiento de los árboles semán- ticos aplicado a los sistemas normales de lógica modal proposicional.....	96
§11. El uso de los árboles semánticos como tablas semánticas.....	102
§12. Árboles semánticos infinitos por causa de la iteración de operadores de moda- lidad.....	106

CAPÍTULO CINCO: Cuantificación y modalidad.....	116
§13. La opacidad referencial en lógica modal alética de predicados con identidad.....	116
§14. Identificación cruzada y funciones de individuación.....	130
§15. Presuposiciones de existencia e indi- cadores rígidos.....	139
CAPÍTULO SEIS: Árboles semánticos para lógica modal cuantificacional.....	149
§16. Árboles semánticos para lógica modal con cuantificadores.....	149
§17. El teorema fundamental de los árboles semánticos para lógica modal de pre- dicados.....	153
§18. Algunos resultados.....	162
§19. Árboles semánticos infinitos por causa de la iteración de operadores cuanti- ficacionales.....	166
CAPÍTULO SIETE: La interpretación deóntica de las modalidades.....	173
§20. Lenguajes normativos y lógica.....	175
§21. La reinterpretación deóntica de los operadores de modalidad.....	181
§22. La reducción de la lógica deóntica a la lógica modal alética. El sistema SK.....	193
CAPÍTULO OCHO: Corrección y completitud.....	204
§23. El cálculo CD*.....	204
§24. Corrección y completitud.....	213
APÉNDICE I: Otros procedimientos semánticos de decisión.....	219
APÉNDICE II: Un cálculo deductivo natural modal.....	228
APÉNDICE III: Bibliografía.....	238

INTRODUCCIÓN.

Suele hablarse en lógica de dos perspectivas diferentes desde las que abordar los lenguajes formales: la una sintáctica, semántica la otra. La primera trataría de establecer a partir de unas reglas primitivas de transformación y de unos pocos axiomas el mayor número de teoremas posibles, independientemente de la interpretación que se dé a los signos lingüísticos constitutivos; la segunda tendría la intención, precisamente, de fundamentar las verdades del sistema en una interpretación adecuada de esos signos. Así, mientras que el análisis sintáctico de las modalidades lleva al estudio de determinadas verdades lógicas intuitivas para desarrollar a partir de ellas unos axiomas y unas reglas de derivación que permitan fundamentar un cálculo válido para enunciados modales, el análisis semántico aborda el estudio de los propios conceptos modales para desarrollar a partir de ellos su lógica. Pero en cualquier caso, tal dualidad entre la sintaxis y la semántica de un lenguaje formal y los dos enfoques a que da lugar no es tal y sí tan sólo una distinción metodológica,

dos modos de abordar un mismo problema con método y herramientas diferentes. En el presente trabajo he seguido el segundo de ambos caminos con los ojos siempre puestos en el primero; transitarlo supone introducirse en el terreno de la intensionalidad, caballo de batalla de la lógica del lenguaje natural y elemento de discordia entre los que propugnan una ciencia lógica puramente extensional y los que abogan por una lógica menos limitada en su campo de acción, esto es: por una teoría general de las modalidades. Escribo, por tanto, sobre la lógica modal en sentido lato o, lo que es lo mismo, sobre la lógica de aquellos conceptos *anejos por su gramática* a los de necesidad y posibilidad.

De este modo, el objeto principal del trabajo que sigue a estas líneas es presentar desde un punto de vista lógico-filosófico la discusión actual acerca de las modalidades y ofrecer un análisis semántico de algunos sistemas modales distinguidos por su relevancia para la lingüística y la filosofía en parcelas como la ética (teoría de las normas), la epistemología (teoría del conocimiento) o la semántica (teoría del significado y la referencia). Para ello, en el primer capítulo ofrezco una sintética aproximación histórica a la lógica modal mediante la cual pretendo introducir la discusión filosófica posterior sobre

el significado de las modalidades (en el sentido amplio del término) que se desarrolla en el capítulo dos.

El capítulo tres está dedicado a presentar una semántica lógica para las modalidades, basada, fundamentalmente, en el concepto de conjunto modelo (*model set*), acuñado por JAAKKO HINTIKKA. Trabajar con conjuntos modelos en lugar de con mundos posibles permite ofrecer sistemas modelos -llamados por algunos autores *marcos* (*frames*)- muy adecuados para el procedimiento semántico de decisión que ofrezco más adelante, además de simplificar en gran medida algunos de los problemas presentados anteriormente en el seno de la teoría del significado. En cuanto al procedimiento de decisión aludido, éste se basa en el de las tablas semánticas de BETH, refinado por SMULLYAN en su libro *First-order Logic* y usado con los mismos propósitos que los míos por MELVIN FITTING en *Proof Methods for Modal and Intuitionistic Logics*, con evidentes ventajas sobre la versión que KRIPKE usara en su artículo "Semantical Analysis of Modal Logic I: Normal Modal Propositional Calculi".

El procedimiento de árboles semánticos que presento tiene interesantes ventajas sobre otros procedimientos semánticos para lógica modal más habituales. Aun así, no es

nuevo su uso, excepto por lo que se refiere a algunos aspectos que considero relevantes como, por ejemplo, la unificación de las reglas de construcción del árbol para los operadores modales o el tratamiento de las secuencias arbóreas infinitas, tanto por causa de la iteración de modalidades como por causa de la iteración cuantificacional en el caso de la lógica de predicados modal.

El procedimiento de árboles modales va a mostrar su gran utilidad para obtener resultados semánticos acerca de los diferentes sistemas modales tratados. Además, proporciona los elementos suficientes para una fácil prueba de completitud y corrección de los sistemas de lógica modal denominados *normales* a través de su relación, algo más que estrecha, con el cálculo CD^* , presentado en el último capítulo de este trabajo. Este cálculo CD^* tiene también la virtud de ser fácilmente implementable en lenguajes de alto nivel adecuados para la manipulación simbólica, como pueden ser LISP o PROLOG, faceta que no ha sido tratada en este trabajo, aunque pienso que es un elemento más a considerar en próximas investigaciones y extensiones de los resultados aquí obtenidos.